

Série TD N°: 2 (correction)

Exercice 1 :

La formule P0 est vérifiable, et les formules P1 , puis P2 sont respectivement valide et invérifiable.

Exercice 2:

$(A \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow S$		
- $(A \wedge (\neg B \vee C)) \rightarrow S$	$B \rightarrow C = \neg B \vee C$	
- $\neg(A \wedge (\neg B \vee C)) \vee S$	$B \rightarrow C = \neg B \vee C$	
- $(\neg A \vee \neg(\neg B \vee C)) \vee S$	$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$	
- $(\neg A \vee (\neg(\neg B) \wedge \neg C)) \vee S$	$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$	
- $(\neg A \vee (B \wedge \neg C)) \vee S$	$\neg(\neg A) = A$	
- $((\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg C)) \vee S$	$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	
- $S \vee ((\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg C))$	$A \vee B = B \vee A$	
- $(S \vee (\neg A \vee B)) \wedge (S \vee (\neg A \vee \neg C))$	$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	
- $(S \vee \neg A \vee B) \wedge (S \vee \neg A \vee \neg C)$	$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$	

Exercices 3

il y a quatre modèles de F :

modèles	p	q	r	$p \Rightarrow r$	$\neg r \vee p$
I_1	v	v	v	v	v
I_2	f	v	v	v	f
I_3	f	f	v	v	f
I_4	f	f	f	v	v

donc :

$F \models p \Rightarrow r$
 mais $F \not\models \neg r \vee p$

Exercice 4 :

la plus simple est la FNC : $(p \vee s) \wedge (q \vee s) \wedge (\neg r \vee q \vee s)$; ou bien FND : $(p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s) \vee (p \wedge q \wedge \neg s) \vee s$;
 invalide ($p=F$, et $s=F$, par exemple) [et consistante ($s=V$, par exemple)].

Exercice 5 :

- $(p \rightarrow q) \wedge ((q \wedge r) \rightarrow s) \wedge ((p \wedge r) \rightarrow s)$: invalide ($p=V$, et $q=F$), consistante ($s=V$, et $q=V$)
- $((p \rightarrow q) \wedge ((q \wedge r) \rightarrow s) \wedge (t \rightarrow (q \vee \neg s))) \rightarrow (p \rightarrow t)$: après Elimination du « \leftrightarrow » : invalide ($t=F$, et $p=q=r=V$) ; consistante ($t=V$)
- $((p \rightarrow q) \wedge ((q \wedge r) \rightarrow s) \wedge (\neg p \rightarrow q)) \rightarrow s$: invalide ($s=F$, et $q=V$), consistante ($s=V$)

Exercice 6 :

méthode 1

- $(p \rightarrow q) \rightarrow p$:
- 1. élimination de \rightarrow
 $\neg(\neg p \vee q) \vee p$
- 2. choix de p et substitution
 $(\neg(\neg \text{TRUE} \vee q) \vee \text{TRUE}) \wedge (\neg(\neg \text{FALSE} \vee q) \vee \text{FALSE})$
- 3. simplification
 $\text{TRUE} \wedge \neg(\neg \text{FALSE} \vee q)$
 $\neg(\neg \text{FALSE} \vee q)$
 $\neg(\text{TRUE} \vee q)$
 $\neg \text{TRUE}$
 FALSE

méthode 2

- La même formule, en commençant par substituer q :
- 1. élimination de \rightarrow
 $\neg(\neg p \vee q) \vee p$
- 2. choix de q et substitution
 $(\neg(\neg p \vee \text{TRUE}) \vee p) \wedge (\neg(\neg p \vee \text{FALSE}) \vee p)$
- 3. simplification
 $(\neg \text{TRUE} \vee p) \wedge (\neg \neg p \vee p)$
 $(\text{FALSE} \vee p) \wedge (\neg \neg p \vee p)$
 $p \wedge (\neg \neg p \vee p)$
- 4. choix de p et substitution
 $(\text{TRUE} \wedge (\neg \neg \text{TRUE} \vee \text{TRUE})) \wedge (\text{FALSE} \wedge (\neg \neg \text{FALSE} \vee \text{FALSE}))$
- 5. simplification
 $(\neg \neg \text{TRUE} \vee \text{TRUE}) \wedge \text{FALSE}$
 FALSE

exercice 7

formules bien formés

- p
- $(\neg p)$
- FALSE
- $(p \wedge q)$
- $(\neg(p \wedge q) \vee r)$
- $(q \rightarrow (r \vee q))$

Exercice 8 :

- l'ensemble des sous-formules de
 $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow \text{FALSE}$ est :
 $\{ ((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow \text{FALSE} \}$, $((p \vee q) \wedge \neg p)$, FALSE
 $\{ (p \vee q) \}$, $(\neg p)$, p , $q \}$.

Exercice 9 :

- $(p \vee q) [p \setminus r]$ = $r \vee q$
- $(p \rightarrow q) [q \setminus p]$ = $p \rightarrow p$
- $(p \rightarrow q) [r \setminus s]$ = $p \rightarrow q$
- $((p \vee q) \wedge \neg p) [p \setminus \neg p]$ = $(\neg p \vee q) \wedge \neg \neg p$
- $((p \vee q) \wedge \neg p) [p \setminus (r \wedge s)]$ = $((r \wedge s) \vee q) \wedge \neg (r \wedge s)$
- $(p \rightarrow r) [p \setminus (q \rightarrow s)]$ = $(q \rightarrow s) \rightarrow r$