Correction

Première partie :

1. $x_G = \dfrac{200 + 250 + \cdots + 500}{7} = 350$

$y_G = \dfrac{10 + 12 + \cdots + 31}{7} \simeq 20,4$

Les coordonnées du point G sont $(350 ; 20,4)$

2. On doit vérifier que $y_G = 0,072 \; x_G - 4,8$

$0,072 \; x_G - 4,8$
$= 0,072 \times 350 - 4,8$
$= 20,4$
$= y_G$

3. Sur l'annexe 1.
Cette droite passe par G, il est nécessaire d'en calculer un autre.
Prenons par exemple $x = 200$
$y = 0,072 \times 200 - 4,8$
$= 9,6$
et plaçons le point $A(200 ; 9,6)$ sur le graphique

4. Même si il y a aucune indication, l'envie de répondre graphiquement est grande ... mais elle ne rapportera peut-être par tous les points.
(voir pointillés bleu)

* Par le calcul :
$0,072 \; x - 4,8 > 30$
$0,072 \; x > 30 + 4,8$
$0,072 \; x > 34,8$
$x > \dfrac{34,8}{0,072}$

$\boxed{x > 483,33}$

Lorsque le nombre de visiteurs dépasse 483, le temps d'attente est alors supérieur à 30 minutes.

Deuxième partie :

1. $f(x) = x^3 - 45x^2 + 663x - 2700$

$f(15) = 15^3 - 45 \times 15^2 + 663 \times 15 - 2700$

$= \boxed{495}$

2. a) $f'(x) = 3x^2 - 90x + 663$

b) On peut développer

première méthode :

$3(x-13)(x-17)$

$= (3x-39)(x-17)$

$= 3x \times x - 3x \times 17 - 39 \times x - 39 \times (-17)$

$= 3x^2 - 51x - 39x + 663$

$= 3x^2 - 90x + 663$

deuxième méthode :

On peut aussi reconnaître une forme factorisée.

On utilise alors Δ, x_1, x_2 puis la factorisation $a(x-x_1)(x-x_2)$.

$3x^2 - 90x + 663 = 0$

$\boxed{\begin{array}{l} a = 3 \\ b = -90 \\ c = 663 \end{array}}$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-90)^2 - 4 \times 3 \times 663$

$= 144$

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \dfrac{-(-90)-\sqrt{144}}{2 \times 3}$

$= \boxed{13}$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \dfrac{-(-90)+\sqrt{144}}{2 \times 3}$

$= \boxed{17}$

D'après le formulaire $3x^2 - 90x + 663$ peut se factoriser en $3(x-13)(x-17)$

c. Si on a utilisé Δ à la question précédente, on a déjà les solutions :

$$x_1 = 13$$
$$x_2 = 17$$

Sinon, on doit résoudre l'équation

$$f'(x) = 0$$
$$3(x-13)(x-17) = 0$$

Un produit de facteur est égal à 0 si l'un des facteurs est égal à 0.

$$x - 13 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 17 = 0$$
$$x = 0 + 13 \quad \text{ou} \quad x = 0 + 17$$
$$x = 13 \quad \text{ou} \quad x = 17$$

3.

x	10		13		17		20
3		+		+		+	
$x-13$		−	0	+		+	
$x-17$		−		−	0	+	
$f' = 3(x-13)(x-17)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	430	$\nearrow$	511	$\searrow$	479	$\nearrow$	560

4. a)

x	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$f(x)$	430	479	504	511	506	495	484	479	486	511	560

5. a) $f(x) \geq 500$

pour $11,8 \geq x \geq 14,5$

et $x \geq 18,8$

b. On doit convertir 11,8h en "heure/minute"

h	1	0,8
Min	60	48

Ainsi 11,8h $\Longleftrightarrow$ 11H48 min

Une caisse supplémentaire devra-être ouverte de 11h48 à 14h30, puis après 18H48.

Remarque :

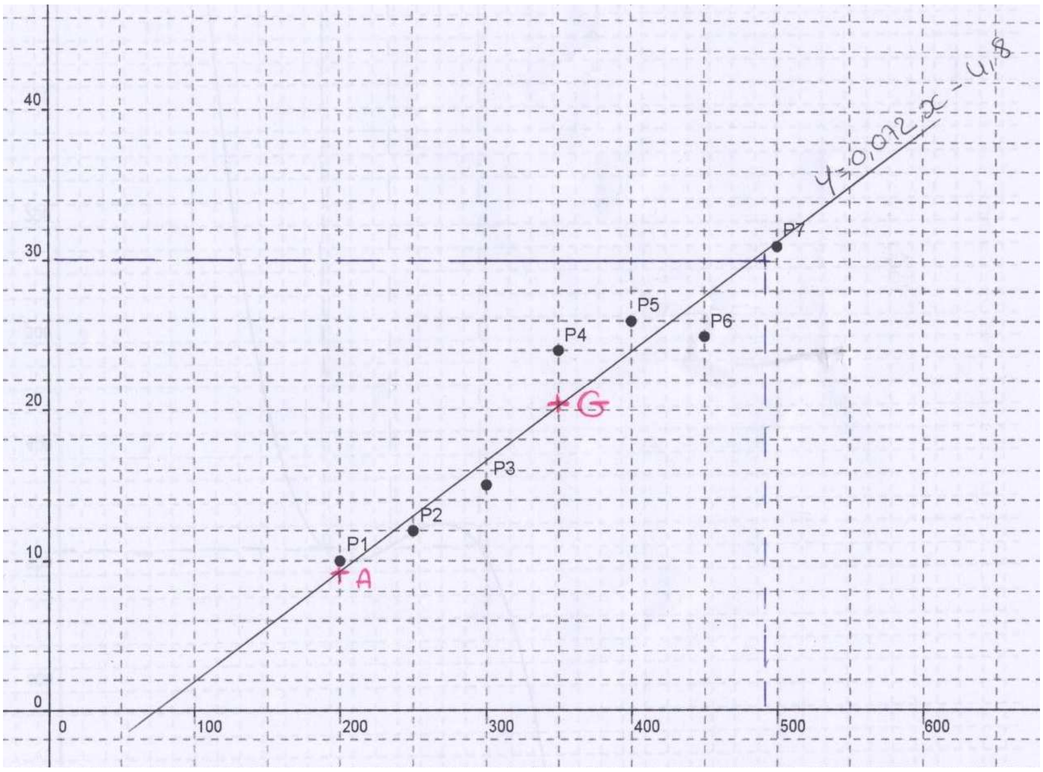
On ne dispose pas des annexes distribuées le jour du bac, il est possible que leur graphique est de meilleur qualité.
En réalité les horaires sont :

11,76h soit 11h46

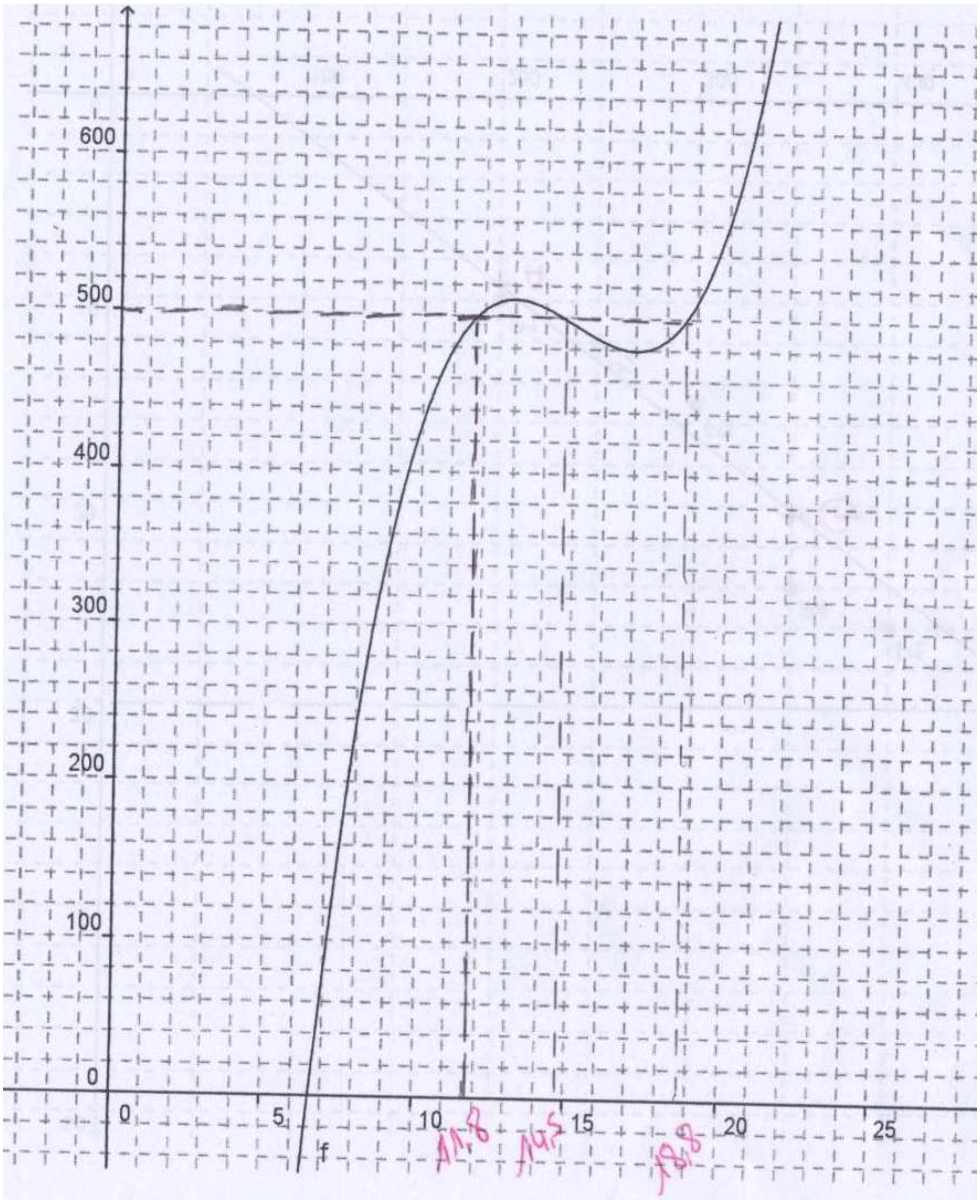
14,57h soit 14h34

18,65h soit 18h39

Correction réalisée par les apprentis de baccom P2/P3 du CFA de la Haute-Saône le 23 juin 2011



$y = 0{,}072x - 4{,}8$
P1
P2
P3
P4
P5
P6
P7
A
G
0
10
20
30
40
100
200
300
400
500
600



0
100
200
300
400
500
600
5
10
15
20
25
f
11,8
14,5
18,8

Les organisateurs d'une foire étudient sa fréquentation afin d'optimiser le temps d'attente aux caisses.

PREMIÈRE PARTIE (6 points)

Une étude statistique portant sur le temps d'attente aux caisses en fonction du nombre de visiteurs donne les résultats suivants :

Nombre de visiteurs x_i	200	250	300	350	400	450	500
Temps d'attente moyen en minutes y_i	10	12	15	24	26	25	31

1. Calculer les coordonnées du point moyen G. *Arrondir si nécessaire les résultats au dixième.*

L'ajustement de cette série statistique est réalisé par la droite $\mathcal{D}$ d'équation :

$$y = 0,072x - 4,8$$

2. Vérifier par un calcul que le point moyen G appartient à cette droite.
3. Tracer la droite $\mathcal{D}$ en utilisant le repère de **l'annexe 1 à rendre avec la copie.**
4. À partir de combien de visiteurs le temps d'attente moyen dépasse-t-il 30 minutes ?

DEUXIÈME PARTIE (14 points)

La billetterie est ouverte chaque jour de 10 heures à 20 heures.

Le nombre de visiteurs varie suivant le moment de la journée et peut être modélisé par la fonction f définie par :

$$f(x) = x^3 - 45x^2 + 663x - 2\,700 \qquad \text{où } x \text{, en heures, appartient à l'intervalle } [10 ; 20].$$

1. Calculer $f(15)$.
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   a. Calculer $f'(x)$.
   b. Vérifier que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme :
   $$f'(x) = 3(x - 13)(x - 17)$$
   c. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

3. En annexe 1 :

Compléter le tableau de variations de la fonction f.

4. En annexe 2 :

a. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f.

b. Placer les points manquants et tracer la courbe représentative de la fonction f en utilisant le repère.

5. a. Résoudre graphiquement l'inéquation :

$$f(x) \geq 500$$

Laisser les traits de lecture apparents et présenter la solution sous forme d'intervalles.

b. À partir de 500 visiteurs, les organisateurs prévoient l'ouverture d'une caisse supplémentaire.

Déterminer les plages horaires durant lesquelles cette caisse supplémentaire sera ouverte. Donner les résultats en heures minutes.