L.P. Kairouan	**Devoir de contrôle N°3**	**Prof : Chouihi**
Le : 30 / 04 / 10	**Durée : 2 heures**	**Classe : 4M$_2$**

Exercice N°1 **(4 points)**

Pour chaque question, une seule des propositions est exacte. On donnera sur la feuille la réponse choisie **sans justification**. Il sera attribué un point si la réponse est exacte, zéro sinon.

Dans certaines questions, les résultats proposés ont été arrondis à 10^{-3} près.

1. Un représentant de commerce propose un produit à la vente. Une étude statistique a permis d'établir que, chaque fois qu'il rencontre un client, la probabilité qu'il vende son produit est égale à 0,2. Il voit cinq clients par matinée en moyenne. La probabilité qu'il ait vendu exactement deux produits dans une matinée est égale à :

a. 0,4 b. 0,04 c. 0,1024 d. 0,2048

2. Dans une classe, les garçons représentent le quart de l'effectif. Une fille sur trois a eu son permis du premier coup, alors que seulement un garçon sur dix l'a eu du premier coup. On interroge un élève (garçon ou fille) au hasard. La probabilité qu'il ait eu son permis du premier coup est égale à :

a. 0,043 b. 0,275 c. 0,217 d. 0,033

3. Dans la classe de la question 2, on interroge un élève au hasard parmi ceux ayant eu leur permis du premier coup. La probabilité que cet élève soit un garçon est égale à :

a. 0,100 b. 0,091 c. 0,111 d. 0,25

4. Un tireur sur cible s'entraîne sur une cible circulaire comportant trois zones délimitées par des cercles concentriques, de rayons respectifs 10, 20 et 30 centimètres.

On admet que la probabilité d'atteindre une zone est proportionnelle à l'aire de cette zone et que le tireur atteint toujours la cible. La probabilité d'atteindre la zone la plus éloignée du centre est égale à :

a. $\frac{5}{9}$ b. $\frac{9}{14}$ c. $\frac{4}{7}$ d. $\frac{1}{3}$

Exercice N°2 **(6 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère l'ellipse ($\mathcal{E}$) d'équation: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ et on désigne par I le point de coordonnées ($3\sin\theta$, $2\cos\theta$); où θ est un réel de $]0, \frac{\pi}{2}[$.

1) a) Déterminer l'excentricité, les foyers, les sommets et les directrices de ($\mathcal{E}$).

b) Tracer ($\mathcal{E}$); en précisera en particulier les tangentes aux sommets.

c) Vérifier que le point I appartient à ($\mathcal{E}$).

2) On désigne par (T) la tangente à ($\mathcal{E}$) au point I.

Vérifier que (T) a pour équation : $2\sin\theta\, x + 3\cos\theta\, y - 6 = 0$.

3) On désigne par P et Q les points d'intersection de (T) respectivement avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées. On désigne par $\mathcal{A}$ l'aire du triangle OPQ.

a) Déterminer les coordonnées de P et Q.

b) Montrer que $\mathcal{A} = \dfrac{6}{\sin 2\theta}$.

c) En déduire que l'aire $\mathcal{A}$ est minimale si et seulement si I est le milieu du segment [PQ].

Exercice N°3 **(6 points)**

1) On considère l'équation différentielle (E) : $y' + y = e^{-x}$.

a) Vérifier que la fonction f définie par $f(x) = x\,e^{-x}$ est une solution de (E).

b) Montrer que

y est solution de (E) si et seulement si (y – f) est solution de l'équation différentielle (E_0): $y' + y = 0$.

c) Résoudre l'équation (E_0) et en déduire l'ensemble des solutions de (E).

2) On désigne par (E') l'équation différentielle $y'' + y' = e^{-x}$

a) On pose $z = y'$. Vérifier que z est solution de (E).

b) Expliciter $\int_0^x te^{-t}dt$ avec x un réel.

c) En déduire la résolution de (E').

Exercice N°4 **(4 points)**

La durée de vie, exprimée en heures, d'un agenda électronique est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ où λ est un réel strictement positif.

On rappelle que pour tout $t \geq 0$, $P(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x}dx$.

La fonction R définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $R(t) = P(X > t)$ est appelée fonction de fiabilité.

l) Restitution organisée de connaissances

a) Démontrer que pour tout $t \geq 0$ on a $R(t) = e^{-\lambda t}$.

b) Démontrer que la variable X suit une loi de durée de vie sans vieillissement, c'est-à-dire que pour tout réel $s \geq 0$, la probabilité conditionnelle $P(X > r + s / X > t)$ ne dépend pas du nombre $t \geq 0$.

2) Dans cette question, on prend λ = 0,00026.

a) Calculer $P(X \leq 1000)$ et $P(X > 1000)$.

b) Sachant que l'événement $(X > 1000)$ est réalisé, calculer la probabilité de l'événement $(X > 2000)$.

c) Sachant qu'un agenda a fonctionné plus de 2000 heures, quelle est la probabilité qu'il tombe en panne avant 3000 heures ? Pouvait-on prévoir ce résultat ?