

COLLE 4 : semaine N° 6 du 10 au 14 octobre.**1. Calcul intégral.**

Intégration sur un segment des fonctions continues :

Primitives, intégrale d'une fonction continue.

Propriétés : linéarité, croissance, $|\int_I f| \leq \int_I |f|$, relation de Chasles, valeur moyenne, inégalité de la moyenne, intégrale d'une fonction f continue et de signe constant sur un segment.

Intégration par parties pour des fonctions de classe \mathcal{C}^1 , changement de variable.

Primitives des fonctions usuelles.

2. Fonctions complexes : dérivation et intégration.

Dérivée en un point, fonction dérivée. $f' = (\operatorname{Re} f)' + i (\operatorname{Im} f)'$.

Dérivation de $t \mapsto e^{at}$ ($a \in \mathbb{C}$).

$$\int_I f = \int_I \operatorname{Re} f + i \int_I \operatorname{Im} f.$$

3. Fonctions hyperboliques.

Dérivées, variations et représentations graphiques de ch, sh et th.

Trigonométrie hyperbolique : seule la formule $\operatorname{ch}^2 - \operatorname{sh}^2 = 1$ est exigible.

4. Equations différentielles linéaires.

Equations différentielles linéaires du premier ordre : structure de l'ensemble des solutions, résolution de l'équation homogène, recherche d'une solution particulière par la méthode de la variation de la constante, principe de superposition des solutions.

Existence et unicité de la solution satisfaisant à une condition initiale donnée.

Equations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants. Structure de l'ensemble des solutions. Recherche d'une solution particulière lorsque le second membre est de la forme $t \mapsto e^{\alpha t} P(t)$ où $\alpha \in \mathbb{C}$ et $P \in \mathbb{C}[X]$.

Existence et unicité de la solution satisfaisant à une condition initiale donnée.

Questions de cours.

- 1) Exercice : intégrales de Wallis. (formule de récurrence)
- 2) Exercice : calcul de $\int e^x \cos(2x) dx$ en utilisant les nombres complexes.
- 3) Exercice : dérivabilité de F avec $F(x) = \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$, f étant une fonction continue sur \mathbb{R} et u et v deux fonctions de classe \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R} .
- 4) Cours : Dérivées, variations et représentations graphiques de ch, sh et th.