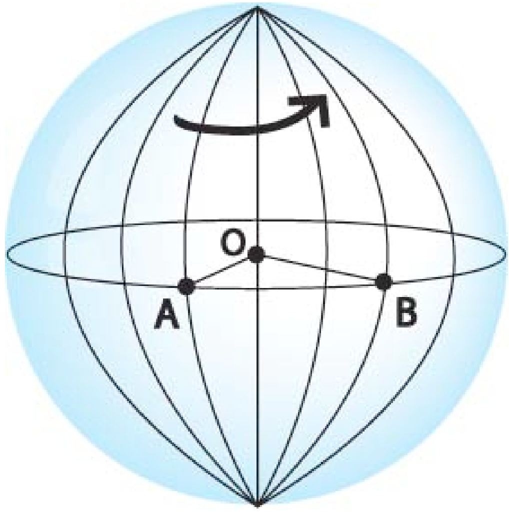
Mesure du temps et longitude

Exercice 1 – Heure solaire, décalage horaire



D'après cet exemple qui schématise la Terre et ses fuseaux horaires, quand il est midi en A, il est midi + 3 heures en B. Plus généralement, on a
$h_A + dh_{AB} = h_B$ ou encore :

$\boxed{dh_{AB} = h_B - h_A}$

avec h_A : heure solaire en A
h_B : heure solaire en B
dh_{AB} = décalage horaire de B par rapport à A

<u>Remarque</u> : Ici, B est à l'Est de A donc est dh_{AB} positif. Si B se trouvait à l'Ouest de A, dh_{AB} serait négatif.

Le décalage horaire est proportionnel à la mesure de l'angle au centre $\widehat{AOB}$, en particulier il est de 24h pour un tour de Terre (360°)

➔ Questions :

1. Quel est l'angle correspondant à un décalage horaire de 12h ? Et de 8h ?
2. Quel est le décalage horaire correspondant à un angle de 90° ? Et de 45° ?
3. Trouver l'angle x correspondant à un décalage horaire de 1h puis l'angle y correspondant à un décalage horaire de 1 minute.
4. Trouver le décalage horaire correspondant à un angle de 1° puis le décalage horaire correspondant à un angle de 1'.
5. Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

dh_{AB}	24h	1h	1min	z	t
$\widehat{AOB}$	360°	x	y	1°	1'

x k

6. Montrer que k=15. En déduire la relation : $\boxed{\widehat{AOB} = 15\, dh_{AB}}$

Quant à la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$, elle est aussi proportionnelle à l'angle $\widehat{AOB}$. En particulier, elle vaut environ 40 000 km pour un tour de Terre (360°).

➔ Questions :

7. Quelle est la longueur de l'arc correspondant à un angle de 90° ? Et de 45° ?
8. Quel est l'angle correspondant à un arc de 10000 km de long ? De 5000 km de long ?
9. Trouver la longueur de l'arc correspondant à un angle de 1° puis la longueur de l'arc correspondant à un angle de 1'.
10. Trouver l'angle correspondant à un arc de 100 km puis l'angle correspondant à un arc de 1km.
11. Construire un tableau de proportionnalité.
12. Montrer que le coefficient de proportionnalité k' vaut environ 111. En déduire la relation :

$$\boxed{\overset{\frown}{AB} = 111\ \widehat{AOB}}$$

Finalement, on a :

dh_{AB}	24h
AOB	360°
AB	40000 km

x 15 x 111 x k''

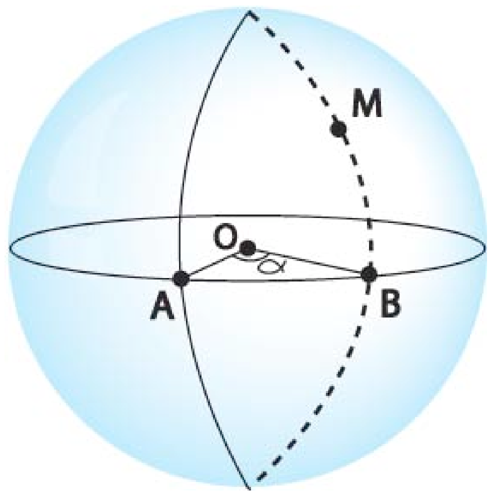
➔ Questions :

13. Quelle est la longueur de l'arc correspondant à un décalage horaire de 12h ? Et de 8h ?
14. Quel est le décalage horaire correspondant à un angle de 90° ? Et de 45 ° ?
15. Trouver la longueur de l'arc correspondant à un décalage horaire de 1h puis celle correspondant à un décalage horaire de 15 min.
16. Montrer que k'' vaut environ 1667. En déduire la relation :

$$\boxed{\overset{\frown}{AB} = 1667\ dh_{AB}}$$

Exercice 2 – Longitude d'un point

Par définition, la longitude d'un point M est la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$, A étant un point situé sur le méridien de Greenwich (une ville d'Angleterre) et B étant le point de l'équateur situé sur le même méridien que M. La longitude est notée □. On doit préciser qu'il s'agit d'une longitude E (si M est à l'Est du méridien de Greenwich) ou W (si M est à l'Ouest).



<u>La connaissance de la longitude : le problème du marin</u>
Pour repérer sa position, le navigateur a besoin de connaître □.

On a vu que □= $\widehat{AOB} = 15\ dh_{AB}$
Et que : $dh_{AB} = h_B - h_A$

On en déduit la relation : $\boxed{\square = 15\ (h_B - h_A)}$

avec □ en degrés et h_B et h_A en heures.

Pour calculer □, il suffit donc de connaître h_A et h_B (qui est aussi h_M).

➔ **Questions :**

1. Trouver la longitude de B sachant que h_B = 12h et h_A = 10h 30 min.
2. Même question avec h_B = 12h et h_A = 9h 42 min.
3. Même question avec h_B = 12h et h_A = 14h 20 min.

<u>Remarque</u> : Avant l'invention de la radio, on prenait à bord du navire une horloge qui conservait l'heure solaire au méridien de Greenwich, c'est-à-dire h_A.
Quant à l'heure solaire h_B, on attendait que le soleil soit au zénith c'est-à-dire qu'il soit midi !

<u>Nécessité d'une bonne précision</u> :

On a vu que $\overset{\frown}{AB} = 1667\ dh_{AB}$ ou encore $\boxed{\overset{\frown}{AB} = 1667\ (h_B - h_A)}$

Avec $\overset{\frown}{AB}$ en km et h_B et h_A en heures.

La précision du résultat $\overset{\frown}{AB}$ dépend donc de la précision des mesures h_B et h_A.
Par exemple :
Si h_B = 12h et h_A = 11h 34 min,

alors $\overset{\frown}{AB}$ = 1667 (12h – 11h 34 min) = 1667 x 0h 26 min = 1667 x (0 + 26/60) = 722 km environ.

Supposons que l'horloge embarquée retarde de 10 minutes par jours, on trouvera alors :

$\overset{\frown}{AB}$ = 1667 (12h – 11h 34 min) = 1667 x 0h 26 min = 1667 x (0 + 36/60) = 1000 km environ.

L'erreur sur $\overset{\frown}{AB}$ sera donc de 278 km par jour !

➔ **Questions :**

4. Au XVI^e siècle, les montres de poche étaient peu précises et pouvaient varier de 15 minutes par jour. Quelle erreur de longueur aurait-on au bout de 3 jours de traversée ? De 2 semaines de traversée ?
5. Au XVII^e siècle, on construit des chronomètres de marine précis (écarts de 5 secondes par jour). Quelle erreur de longueur aurait-on au bout de 3 jours de traversée ? De 2 semaines de traversée ?