Lycée Carthage Byrsa | $3^{ème}$ année
M^{me} Frikha

ETUDE DE FONCTIONS

Soit f une fonction numérique à variable réelle de domaine de définition D et ζ sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

Pour étudier une fonction f ,on doit procéder de la manière suivante :

- étude de la dérivabilité de f sur son domaine de définition et sans oublier les points critiques
- Dériver la fonction f
- Etudier le signe de la fonction dérivée
- Dresser le tableau de variation complet de f

Pour le traçage de ζ on doit obligatoirement :

- Etudier les branches infinies
- Préciser les points ou les tangentes sont parallèles à l'axe des abscisses ou celui des ordonnées
- Déterminer lorsque c'est possible les points d'inflexion de la courbe .
- Finalement tracer la courbe représentative de f .

1) **Parité** :

f est une fonction paire $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall\ x \in D\,,\ -x \in D \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$

f est une fonction impaire $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall\ x \in D\,,\ -x \in D \\ f(-x) = -\,f(x) \end{cases}$

Remarque :
Si f est paire et $(O,\vec{i},\vec{j})$ est un repère orthogonal alors l'axe des ordonnées est un axe de symétrie de ζ
Si f est impaire alors O est un centre de symétrie de ζ

2) **Périodicité**
f est dite périodique et de période T $\Leftrightarrow$ [T est le plus petit réel strictement positif vérifiant :
$\forall\ x \in D$ on a : $(x+T) \in D$ et $f(x+T) = f(x)$]
Remarque :
Si f est périodique et de période T alors il suffit d'étudier f sur un intervalle I_0 d'amplitude T convenablement choisi .
Soit ζ_0 la courbe représentative de la restriction de f à I_0 ,on obtient alors la courbe ζ à partir de ζ_0 en appliquant les translations de vecteurs $k\vec{i}$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

3) **Centres de symétrie**

I(a,b) est un centre de symétrie de $\zeta \Leftrightarrow \begin{cases} \forall\ x \in D\,,\ (2a - x) \in D \\ f(2a - x) + f(x) = 2b \end{cases}$

4) **Axes de symétrie**

La droite $\Delta : x = a$ est un axe de symétrie de $\zeta \Leftrightarrow \begin{cases} \forall\ x \in D\,,\ (2a - x) \in D \\ f(2a - x) = f(x) \end{cases}$

5) **Points d'inflexion**

Définition : Soit $a \in D$
Le point A(a,f(a)) est un point d'inflexion de $\zeta \Leftrightarrow$ La tangente à ζ en A traverse ζ

Théorème : f est une fonction deux fois dérivable sur un intervalle ouvert I ,$a \in I$
Le point A(a,f(a)) est un point d'inflexion de $\zeta \Leftrightarrow f''$ La dérivée seconde de f s'annule et change de signes en a

Mme Frikha

Branches infinies

Soit une fonction f et ζ sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

- $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$ alors la droite d'équation x = a est une asymptote verticale de ζ
- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = b$ alors la droite d'équation y = b est une asymptote horizontale de ζ au voisinage de ∞
- $\lim\limits_{x\to\infty} [f(x)-ax-b] = 0$ alors la droite d'équation y = ax+b est une asymptote oblique de ζ au voisinage de ∞
-

$\boxed{\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty}$

↓

$\boxed{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} =}$

↙ ↘

0	∞
↓	↓
ζ admet une branche Parabolique infinie de direction celle de $(O,\vec{i})$ au voisinage de ∞	ζ admet une branche Parabolique infinie de direction celle de $(O,\vec{j})$ au voisinage de ∞