

Exercice 104 page 80

1) Initialisation:

$$u_0 = 1$$

$$1 \geq -4$$

La propriété est vraie au rang $n = 0$

Hérédité:

Soit k un entier tel que $u_k \geq -4$

$$\begin{aligned} u_k &\geq -4 \\ \frac{1}{2} u_k &\geq -2 \\ \frac{1}{2} u_k - 2 &\geq -4 \\ u_{k+1} &\geq -4 \end{aligned}$$

Conclusion:

(u_k) est une suite minorée par -4 .

$$\begin{aligned} 2) \quad u_{n+1} - u_n &= \frac{1}{2} u_{n-2} - u_n \\ &= -\frac{1}{2} u_n - 2 \\ &= -\frac{1}{2} (u_n + 4) \end{aligned}$$

Or $u_n \geq -4$ donc $u_n + 4 \geq 0$
donc $u_{n+1} - u_n \leq 0$ donc (u_n) est décroissante.

