<u>Exercice 1</u> (4 points)

Parmi les questions suivantes une seule réponse est correcte.
Une bonne réponse rapporte 1 point, une absence de réponse n'enlève aucun point et une mauvaise réponse enlève 0.5 point.

1. Le nombre complexe 4+2i admet pour module :
a) $\sqrt{20}$
b) 20
c) 8
d) 6

2. Soit z l'affixe d'un nombre complexe. On pose z = 5+6i.
M est le point correspondant. Si le point M' est le symétrique du point M par rapport à l'axe des abscisses alors son affixe z' vaut :
a) -5+6i
b) -5-6i
c) 5-6i
d) 5+6i

3. L'équation 2iz + 3z = (t+3)z dans C si t est un entier naturel :
a) n'admet aucune solution
b) admet une unique solution
c) admet deux solutions conjuguées entre elles
d) admet plus de deux solutions

4. L'argument d'un nombre complexe nul :
a) vaut 0
b) vaut Π
c) vaut -Π
d) n'existe pas

Exercice 2 (7 points)

Dans cet exercice F définit une unique primitive de la fonction f.

PARTIE A

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = 3ln(2x²+6ln(x))

a) k désigne un réel.
L'unique primitive F de f est donnée par la relation F(x) = A + k

Montrer que F est unique si et seulement si k est unique.

b) Soit g la fonction définie par g(x) = $3\ln(6(x\ln(x)-x)+\frac{2}{3}x^3)$

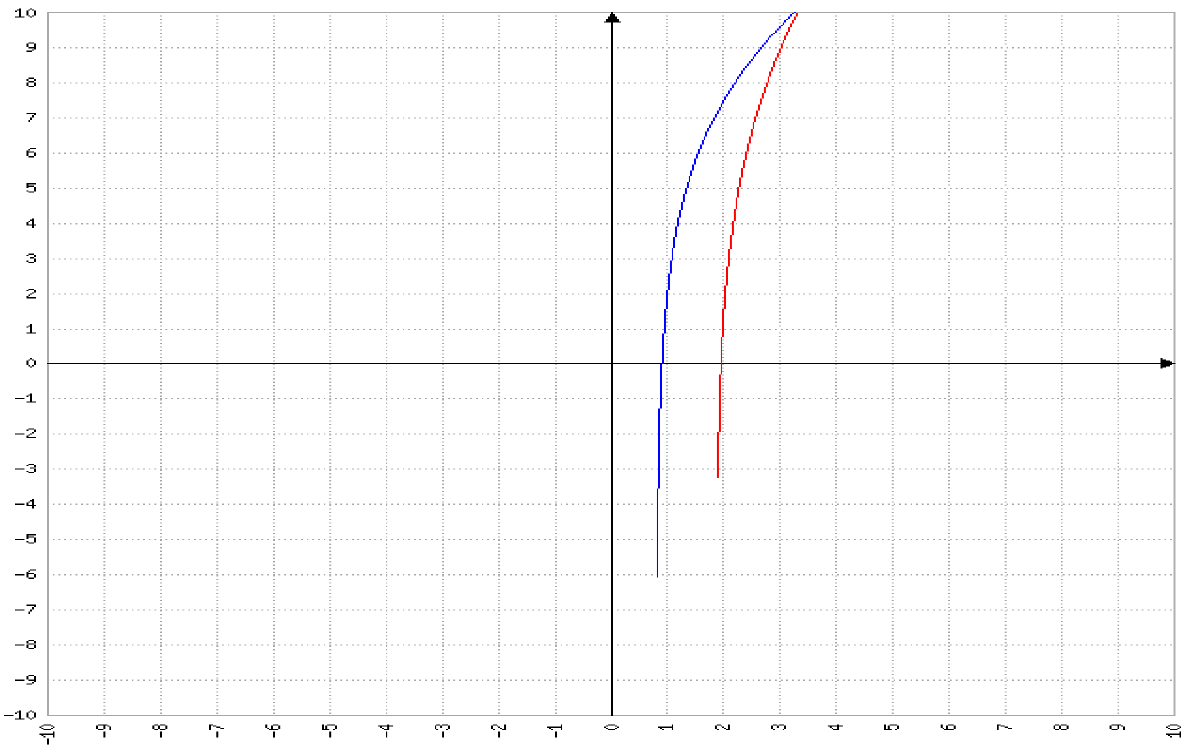
Déterminer le domaine de définition de la fonction g.

c) Montrer que g'(x) = f(x).

d) En déduire A.

PARTIE B

Ci-dessous les deux courbes représentatives des fonctions g et f de la partie A ont été tracées.



a) Identifier, en justifiant, les deux courbes.

b) Répondre aux questions suivantes par VRAI ou FAUX sans justifier en s'aidant du graphique ci-dessus :

- Les limites des fonctions f et g quand x tend vers moins l'infini valent moins l'infini.
- Il n'existe aucun point d'intersection entre les deux courbes sur l'intervalle [0;4[.
- Les deux fonctions sont strictement positives sur l'intervalle [0;4[.
- Les deux fonctions sont strictement croissantes sur l'intervalle [0;4[.
- Il n'existe aucune asymptote pour les deux courbes.

PARTIE C

a) Calculer l'aire, en unités d'aire, comprise entre les deux courbes ci-dessus, au-dessus de l'axe des abscisses. On note A_1 cette aire.

b) En déduire l'aire, en unités d'aire, comprise entre les deux courbes, sous l'axe des abscisses. On note A_2 cette aire.

c) Justifier l'affirmation suivante : « il n'existe aucun réel tel que l'aire comprise entre les deux courbes au-dessus de l'axe des abscisses soit supérieure à l'aire comprise entre les deux courbes sous l'axe des abscisses. »

d) À l'aide d'une intégration par parties montrer que l'aire comprise entre les deux courbes vérifie l'égalité A = $A_1 + A_2$

<u>Exercice 3</u> (4 points)

<u>PARTIE A : RESTITUTION ORGANISEE DES CONNAISSANCES</u>

1. Dans cette question, on demande au candidat d'exposer des connaissances.
On suppose connu le résultat suivant :
« La fonction *x* -> e^x est l'unique fonction j dérivable sur **R** telle que j ¢ =j , et j (0) =1. »
Soit *a* un réel donné.

a) Montrer que la fonction *f* définie sur **R** par $f(x)$ = e^{ax} est solution de l'équation *y*¢ = *ay* .

b) Soit *g* une solution de l'équation *y*¢ = *ay* . Soit *h* la fonction définie sur **R** par
$h(x) = g(x) \quad e^{-ax}$.
Montrer que *h* est une fonction constante.

c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation *y*¢ = *ay* .

<u>PARTIE B</u>

2. On considère l'équation différentielle (E) : *y*¢ = 2*y* + cos(x) .

a) Déterminer deux nombres réels *a* et *b* tels que la fonction f_0 définie sur **R** par :
$f_0(x)$ = *a*cos *x* + *b*sin *x* soit une solution de (E).

b) Résoudre l'équation différentielle (E_0) : *y*¢ = 2*y* .

c) Démontrer que *f* est solution de (E) si et seulement si $_0f$ - *f* est solution de (E_0).

d) En déduire les solutions de (E).

e) Déterminer la solution *k* de (E) vérifiant $k(\frac{pi}{2})=0$

Exercice 4 (5 points)

À la fête de son club sportif, Jean tient un stand dans lequel il propose le jeu suivant.
Le joueur tire une carte d'un jeu comportant 32 cartes dont 12 figures (4 rois, 4 dames, 4 valets).
S'il obtient une figure, il tire un billet dans la corbeille « Super Chance » qui contient 50 billets dont 20 gagnent un lot.
S'il n'obtient pas de figure, il tire un billet dans la corbeille « Petite Chance » qui contient 50 billets dont 10 gagnent un lot.
Le but de l'exercice est de déterminer la probabilité, pour le joueur, de gagner un lot.

1. On suppose que tous les tirages d'une carte du jeu de 32 cartes sont équiprobables.

Montrer que la probabilité de l'événement A « le joueur obtient une figure » est $\frac{3}{8}$.
En déduire la probabilité de l'événement B « le joueur n'obtient pas de figure ».

2. On suppose que, pour chaque corbeille, tous les tirages d'un billet sont équiprobables.
Soit G l'événement « le joueur gagne un lot ».

a) On note $p_A(G)$, la probabilité pour que le joueur gagne un lot sachant qu'il a tiré une figure.
Calculer $p_A(G)$.
En déduire que $p(A \cap G)$, la probabilité de l'événement « le joueur a tiré une figure et gagne un lot », est égale à $\frac{3}{20}$.
b) Par un raisonnement analogue à celui de a), montrer que $p(B \cap G)$, la probabilité de l'événement « le joueur n'a pas tiré de figure et gagne un lot », est égale à $\frac{1}{8}$.

3. Déduire des questions précédentes la probabilité de l'événement G « le joueur gagne un lot ».