

## EXERCICES SUR LES STATISTIQUES

Tous les calculs statistiques pourront être effectués à la calculatrice.  
Les résultats statistiques seront donnés à  $10^{-2}$  près.

### Exercice 1

Le tableau suivant recense, par clinique, le nombre de postes de personnel non médical en fonction du nombre de lits de la clinique :

Clinique	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$	$C_9$	$C_{10}$	$C_{11}$
Nombre lits $X$	122	177	77	135	109	88	185	128	120	146	100
Nombre de postes $Y$	205	249	114	178	127	122	242	170	164	188	172

1. Construire le nuage de points  $M_i(x_i ; y_i)$  correspondant à cette série statistique.  
Unités graphiques :  
en abscisse : 1 cm pour 10 lits  
en ordonnée : 1 cm pour 20 postes.
2. Calculer les coordonnées du point moyen  $G$  du nuage et le placer sur le graphique.
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire  $r$ . Un ajustement affine est-il justifié ?
4. Déterminer une équation de la droite de régression  $D$  de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés. Tracer la droite  $D$  sur le graphique. (Marquer les points utilisés pour tracer  $D$ )
5. Une clinique possède 25 lits. En utilisant les résultats de la question 4, à combien peut-on estimer, par calcul, le nombre de postes de personnel non médical ? Illustrer sur le graphique.

### Exercice 2 Comparaison de deux ajustements

Un hypermarché dispose de 20 caisses.

Le tableau ci-dessous donne le temps moyen d'attente à une caisse en fonction du nombre de caisses ouvertes :

Nombre de caisses ouvertes $X$	3	4	5	6	8	10	12
Temps moyen d'attente (en minutes) $Y$	16	12	9,6	7,9	6	4,7	4

1. Construire le nuage de points  $M_i(x_i ; y_i)$  correspondant à cette série statistique.  
Unités graphiques :  
en abscisse : 1 cm pour une caisse ouverte  
en ordonnée : 1 cm pour une minute d'attente.
2. Calculer les coordonnées du point moyen  $G$  du nuage et le placer sur le graphique.
3. Un ajustement affine.
  - a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire  $r$ .
  - b) Déterminer, l'équation de la droite de régression  $D$  de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés. Tracer la droite  $D$  sur le graphique. (Marquer les points utilisés pour tracer  $D$ )
  - c) Estimer à l'aide d'un calcul utilisant l'équation de la droite  $D$  :
    - i) Le nombre de caisses à ouvrir pour que le temps moyen d'attente à une caisse soit de 5 minutes.
    - ii) Le temps moyen d'attente à la caisse lorsque 15 caisses sont ouvertes.
    - iii) Pensez-vous que, dans le cas de la question ii), l'ajustement affine soit fiable ?
4. Un ajustement non affine.

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :  $f(X) = \frac{\lambda}{X}$ .

- a) Déterminer  $\lambda$  de façon à avoir :  $f(3) = 16$ .
- b) Tracer alors la représentation graphique  $C$  de  $f$  dans le repère utilisé pour le nuage.
- c) Estimer à l'aide d'un calcul utilisant la fonction  $f$  :
  - i) Le nombre de caisses à ouvrir pour que le temps moyen d'attente à une caisse soit de 5 minutes.
  - ii) Le temps moyen d'attente à la caisse lorsque 15 caisses sont ouvertes.

### Exercice 3 Comparaison de deux ajustements affines : droite de Mayer et droite de régression

Le tableau suivant donne le PNB (en euros, par habitants) ainsi que le nombre d'hôpitaux (pour 1 million d'habitants) dans quelques pays européens.

Pays	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$
$X =$ PNB en euros par habitant	5100	7800	11200	15800	20100	22500	26200	28900
$Y =$ nombre d'hôpitaux par million d'habitants	620	1080	1550	2100	3000	3250	3800	4200

Sauf mention contraire, tous les calculs pourront être effectués à la calculatrice (on arrondira à  $10^{-2}$  près)

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique  $(X, Y)$ .

Unités graphiques :

- En abscisses : 1 cm pour 1000 euros.
- En ordonnées : 1 cm pour 200 hôpitaux.

On prendra pour origine le point  $(5000 ; 600)$ .

2. Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$  de ce nuage de points. Placer  $G$  sur le graphique.
3. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre  $X$  et  $Y$ . Un ajustement affine est-il justifié ?
4. Un premier ajustement affine : la droite de Mayer

Dans cette question, on considère deux sous-nuages : celui constitué des points correspondants aux pays  $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$  et celui constitué des points correspondants aux pays  $P_5, P_6, P_7$  et  $P_8$ .

- a) Calculer les coordonnées des points moyens  $G_1$  et  $G_2$  des deux sous-nuages. Placer les points  $G_1$  et  $G_2$  sur le graphique.

- b) Démontrer qu'une équation de la droite  $(G_1G_2)$  sous la forme  $y = mx + p$  est :

$$y = 0,15x - 199 \quad (\text{On détaillera les calculs}).$$

(On arrondira  $m$  à  $10^{-2}$  près et  $p$  à l'unité près)

La droite  $(G_1G_2)$  s'appelle la "droite de Mayer". Représenter cette droite sur le graphique.

- c) Recopier et compléter le tableau suivant :

$X$	5100	7800	11200	15800	20100	22500	26200	28900
$Y$	620	1080	1550	2100	3000	3250	3800	4200
$0,15X - 199$								
$Y - (0,15X - 199)$								
$[Y - (0,15X - 199)]^2$								

En déduire la somme des résidus quadratiques  $S$  associée à la droite Mayer ( $G_1G_2$ ).

5. Un deuxième ajustement affine : la droite de régression
  - a) Déterminer une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés. On notera  $D$  cette droite. Représenter  $D$  sur la graphique.
  - b) La somme des résidus quadratiques  $S'$  associée à la droite de régression  $D$  est  $S' \simeq 35482,50$ . Laquelle des deux droites ( $G_1G_2$ ) et  $D$  réalise-t-elle le meilleur ajustement affine ?
6. Estimations. À l'aide de l'équation de la droite ( $D$ ) (ou à défaut celle de ( $G_1G_2$ )), et en détaillant les calculs, répondre aux deux questions suivantes :
  - a) Un pays a un PNB de 23400 € par habitant. Quelle estimation peut-on faire du nombre d'hôpitaux (par million d'habitants) dans ce pays ? (On arrondira à l'unité près)
  - b) Un pays a 3500 hôpitaux par million d'habitants. À combien peut-on estimer son PNB (en € par habitants) ? (On arrondira à l'euro près)