

Propriété 7:

Soit f une similitude directe qui n'est pas une translation.

f admet donc un unique point invariant Ω . On note k le rapport de f et θ l'angle de f .

Alors f est la composée de l'homothétie $h(\Omega; k)$ et de la rotation $r(\Omega; \theta)$.

Ces deux applications commutent:

$$f = h(\Omega; k) \circ r(\Omega; \theta) \\ = r(\Omega; \theta) \circ h(\Omega; k)$$

On appelle cette décomposition la forme réduite de f .

Propriété 8:

Une similitude directe f qui n'est pas une translation, est déterminée par son centre Ω , son rapport k et son angle θ .

On notera $f = S(\Omega; k; \theta)$.

Si w est l'affixe de Ω , f a pour écriture complexe :

$$z' - w = k e^{i\theta} (z - w)$$

Cas particuliers : Soit $f = S(\Omega; k; \theta)$.

- Si $k = 1$ alors f est une rotation $f = r(\Omega; \theta)$
- Si $\theta = 0[2\pi]$ alors f est une homothétie $f = h(\Omega; k)$
- Si $\theta = \pi[2\pi]$ alors $f = h(\Omega; -k)$

Propriété 9:

• Si f est une similitude directe de centre Ω , de rapport k et d'angle θ , alors

f^{-1} est une similitude directe de centre Ω , de rapport $\frac{1}{k}$ et d'angle $-\theta$.

• Si f est une similitude directe de centre Ω , de rapport k et d'angle θ

et f' une similitude directe de centre Ω' , de rapport k' et d'angle θ' , alors

$f \circ f'$ est une similitude directe de rapport $k \times k'$ et d'angle $\theta + \theta'$ (de centre restant à déterminer).

Propriété 10:

Une similitude directe ayant au moins deux points invariants est nécessairement l'application identité.

Propriété 11:

Soient A, B, A', B' quatre points du plan tels que $A \neq B$ et $A' \neq B'$.

alors il existe une unique similitude directe f transformant A en A' et B en B' .

En particulier, étant donnés trois points distincts O, A et B ,

alors \exists une unique similitude directe f de centre O et transformant A en B .