

T.D. : ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ.

Exercice 1

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$x^2 - 7x + 39 = 0.$$

$$3x^2 + 8x + 4 = 0.$$

$$5x^2 - 29x + 20 = 0.$$

$$7x^2 - 33x - 10 = 0.$$

$$16x^2 - 24x + 9 = 0.$$

$$10x^2 - 49x + 51 = 0.$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0.$$

$$2x^2 - 2\sqrt{3}x + \sqrt{2} = 0.$$

$$|x - 1| + x^2 - 3x = 0.$$

$$x^2 - 13x - 48 = 0.$$

$$2x^2 - 11x + 12 = 0.$$

$$3x^2 + 23x + 14 = 0.$$

$$x^2 + x + 2 = 0.$$

$$4x^2 + 21x - 18 = 0.$$

$$6x^2 - 17x - 45 = 0.$$

$$-2x^2 + 4x + 6 = 0.$$

$$x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{18})x + 6 = 0.$$

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$(x - 2)(2x - 1) + 2(x - 3) = 4(x - 2)^2.$$

$$(2x + 3)(x - 4) - (x - 5)(x - 2) = (3x - 5)(x - 4)$$

$$\frac{12}{2x - 5} - \frac{5}{x - 3} = \frac{1}{3(x + 1)}.$$

$$(4x - 7)(x - 5) + (x - 3)^2 = (x + 2)^2.$$

$$(x^2 - 5x + 4)(2x^2 - 7x + 3) = 0.$$

$$(3x^2 + 2x + 4)^2 - x^2(x + 8)^2 = 0.$$

$$(x^3 + 3x^2 - 1)^2 - (x^3 - 2x + 1)^2 = 0.$$

$$(9x - 1)(x + 3) - (4x + 1)(x + 1) = (5x - 4)(3x - 2).$$

$$\frac{(2x - 3)(x - 2)}{7} + \frac{(x + 1)^2}{4} = \frac{(x + 7)(x - 3)}{2}.$$

$$\frac{x^2 + 1}{3} - \frac{(x + 2)(x - 3)}{2} = \frac{(x + 5)(x - 4)}{6}.$$

$$\frac{(x + 1)(x + 2)}{4} - \frac{(x - 1)(x - 2)}{3} = \frac{x^2 - 9}{5}.$$

$$\frac{(x + 2)(x - 1)}{3} - \frac{x^2 + 3}{7} = \frac{(3x + 1)(2x - 3)}{21}.$$

$$(8x - 3)(3x + 2) - (4x + 7)(x + 4) = (2x + 1)(5x - 1).$$

$$\frac{(3x + 1)(x - 1)}{2} - \frac{(x - 3)(x + 5)}{3} = \frac{(4x + 1)(x + 3)}{6}.$$

Exercice 3

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$\frac{1}{x + 4} + \frac{1}{x + 1} = \frac{1}{x}.$$

$$\frac{4}{x - 1} - \frac{3}{x - 2} = -1.$$

$$\frac{7}{x - 4} - \frac{6}{x - 2} = 2.$$

$$\frac{1}{x - 8} + \frac{1}{x - 18} = \frac{1}{x}.$$

$$\frac{x - 4}{x - 2} + \frac{x - 2}{x - 3} = \frac{11}{6}.$$

$$\frac{2x + 1}{x - 1} - \frac{3(x - 1)}{x + 1} = 2.$$

$$\frac{x+4}{2x-3} + \frac{2x-3}{x+4} = 2.$$

$$\frac{2x+5}{2x} - \frac{x}{x+5} = 1.$$

$$\frac{x-3}{5} + \frac{5}{x-3} = \frac{89}{40}.$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{5}{x+8} - \frac{2}{2x+1} = \frac{7}{9x}.$$

Exercice 4

Peut-on déterminer le nombre réel m tel que les équations en x suivantes admettent la racine indiquée ? Dans l'affirmative, résoudre l'équation obtenue.

- $(m+1)x^2 + 2x + 2m - 4 = 0$ admet une racine égale à 3.
- $x^2 - 2(m+1)x + 2m^2 - 2m + 4 = 0$ admet une racine égale à 5.
- $(m-1)x^2 - 2(m+3)x + m - 3$ admet une racine double.

Exercice 5

Résoudre, dans l'ensemble des nombres réels, les équations suivantes :

$$x+1 - \sqrt{4x-15} = 4. \quad \sqrt{2x+5} - \sqrt{x+3} = 2.$$

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{x+3} = 5. \quad \sqrt{16x-7} = 8\sqrt{x-4}.$$

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x-12} = \sqrt{x+12}. \quad \sqrt{x+12} + \sqrt{x-14} = \sqrt{x-4}.$$

Exercice 6

Discuter, suivant les valeurs du nombre réel m , le nombre des racines des équations suivantes :

$$(m-3)x^2 + (2m-1)x + m + 2 = 0. \quad (m+1)x^2 + (2m+1)x + m - 2 = 0.$$

$$(m-2)x^2 + (2m+3)x + m + 2 = 0. \quad (2m-1)x^2 + 4mx + 2m + 1 = 0.$$

$$(m-4)x^2 - 2(m-2)x + m - 1 = 0. \quad mx^2 - (8m+1)x + 4(4m+1) = 0.$$

Exercice 7

Simplifier les fractions suivantes - $x \in \mathbb{R}$ - :

$$\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9} \cdot \frac{x^2 - 49}{x^2 - 2x - 63}.$$

$$\frac{20x^2 - 23x + 6}{4x^2 - 11x + 6} \cdot \frac{10x^2 - 17x + 3}{5x^2 + 14x - 3}.$$

$$\frac{(2x^2 - 5x + 3)(x^2 + 4x - 12)}{(x^2 + 5x - 6)(-x^2 + x + 2)} \cdot \frac{(4x^2 - 3x + 8)^2 - (5x^2 + 4x)^2}{2x^2 + x - 3}.$$

$$\frac{(a+b)x - a + b}{(a^2 - b^2)x^2 - 2(a^2 + b^2)x + a^2 - b^2} \cdot \frac{(x^2 - 5x + 6)^2 - (x - 2)^2}{(x - 2)^4 - (x - 2)^2}.$$

Exercice 8

Trouver, a priori, une racine des équations suivantes ; en déduire alors l'autre racine.

$$3x^2 - 4x + 1 = 0.$$

$$x^2 + (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0.$$

$$2abx^2 + (a - b)^2x - (a^2 + b^2) = 0.$$

$$x^2 + 19x + 18 = 0.$$

$$(m - 2)x^2 + 5x + 7 - m = 0.$$

$$cx^2 + (a + b)x + a + b - c = 0.$$

Exercice 9

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$x - \sqrt{4x - 19} = 4.$$

$$2(x + 4) + \sqrt{x(x + 6)} = 16.$$

$$\sqrt{x + 3} + \sqrt{x + 1} = 5.$$

$$\sqrt{x - 9} + \sqrt{x - 24} = x.$$

$$\sqrt{2x + 3} - \sqrt{x + 2} = 2.$$

$$\sqrt{2x + 7} + 3 = 3(x + 1).$$

$$\sqrt{16x + 9} = 8\sqrt{x - 3}.$$

$$\sqrt{x + 18} + \sqrt{x - 8} = \sqrt{x + 2}.$$