

## Etude d'un parallélogramme

Exercice :

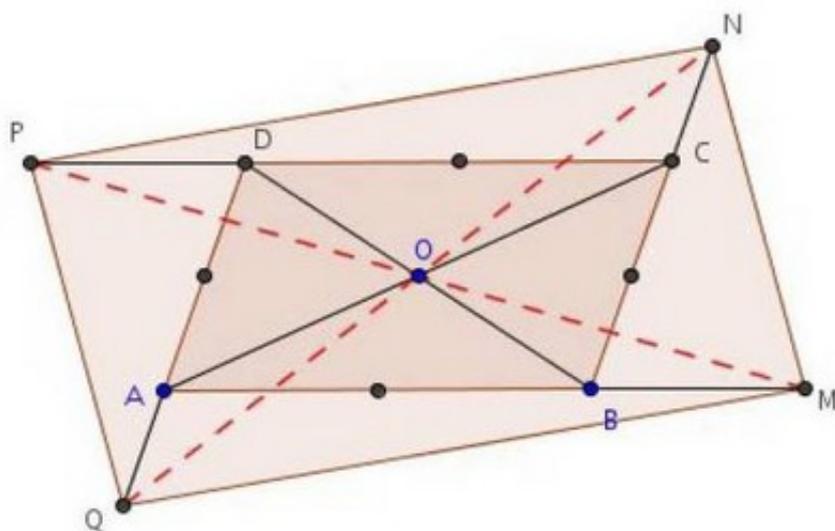
ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

1.

a. Démontrer que  $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$  .

b. Déduisez-en que O est le milieu de [MP] .



## Correction de l'exercice :

Exercice :

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

1.

a. Démontrer que  $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$ .

Nous avons :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{BM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

de même :

$$\overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{DP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{DP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$$

Or ABCD est un parallélogramme donc  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\text{donc } \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$$

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{PD}$$

ainsi :

$$\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$$

On en déduit que le quadrilatère MBPD est un parallélogramme.

b. Déduisez-en que O est le milieu de [MP].

Propriété : les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

Conclusion : le point O est le milieu de [MP].

