Identité du parallélogramme.

Exercice : Identité du parallélogramme

Démontrer que pour tous nombres complexes Z et Z', on a :

$$|Z+Z'|^2+|Z-Z'|^2=2|Z|^2+2|Z'|^2$$

(Indication : utiliser la relation : $|Z|^2=Z\overline{Z}$)

Interpréter géométriquement.

.

Correction de l'exercice :

Identité du parallélogramme : (corrigé)

Exercice : Identité du parallélogramme

On a :

$$|Z+Z'|^2 + |Z-Z'|^2 = (Z+Z')(\overline{Z}+\overline{Z}') + (Z-Z')(\overline{Z}-\overline{Z}') = Z\overline{Z} + Z\overline{Z}' + Z'\overline{Z} + Z'\overline{Z}' + Z\overline{Z} - Z\overline{Z}' - Z'\overline{Z} + Z'\overline{Z}'$$

$$|Z+Z'|^2 + |Z-Z'|^2 = 2|Z|^2 + 2|Z'|^2$$

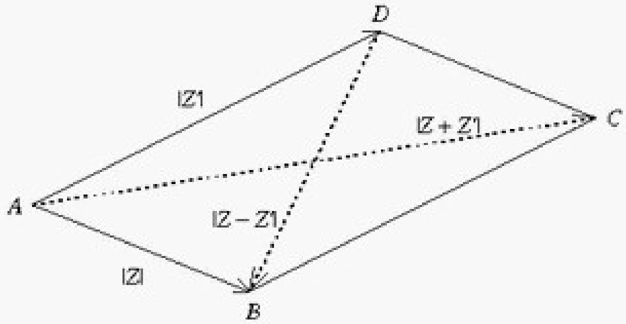
<u>Interprétation</u> :

Soit $ABCD$ un parallélogramme. Notons Z l'affixe de $\overrightarrow{AB}$ et Z' l'affixe de $\overrightarrow{AD}$.

On a donc :

$AC^2 + BD^2 = 2AB^2 + 2AD^2$

Autrement dit : *dans un parallélogramme, la somme des carrés des diagonales est égale à la somme des carrés des côtés*



.