Exercice N°1

1)Soit la matrice A$\begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ alors le système (S) associe à A est

a. $\begin{cases} -x+4y-3z=-2 \\ y+z=1 \\ 2x+2y-2z=3 \end{cases}$ b. $\begin{cases} -x+4y+3z=-2 \\ y+z=1 \\ 2x+2y-2z=3 \end{cases}$ c. $\begin{cases} -x+4y+3z=2 \\ y+z=1 \\ 2x+2y-2z=3 \end{cases}$

2) Le produit de la matrice suivant $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ est

a. $\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -1 & -4 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

3) le déterminant de la matrice A= $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ est

a. -3 b. -1 c.3

4) l'inverse de cette matrice $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -7 & 6 \\ 3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ est

a. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 6 & -8 & 12 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

Exercice N°2

Soit la matrice $D = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

1) Montrer que D est inversible et donner sa matrice inverse D^{-1}.

2) Résoudre à l'aide d'un calcul matriciel le système suivant : b. $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$

Exercice N°3

On donne par A = $\begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ et B = $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1- Calculer A*B et B*A.

2- Calculer C= A+B puis C^3 ; déduire C^4 et C^6

Exercice N°4

On donne par A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1- Calculer A^3-3A^2+3A.

2- Montrer que A est inversible.

3- Déterminer alors la matrice inverse de A.

Exercice N°5

Soit la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$

1)Calculer $\mathbf{A^2}$ et en déduire que $\mathbf{A^2 - A = 2I_3}$ avec I_3 est la matrice identité.

2) Sans calculer le déterminant de la matrice **A**, prouver que **A** est inversible.
3) Déterminer La matrice inverse de **A**, qu'on notera $\mathbf{A^{-1}}$.
4) a)Calculer le déterminant de **A.**

b) En utilisant la méthode de Cramer résoudre le système suivant $\begin{cases} y+z=-1 \\ x+z=-2 \\ x+y=-3 \end{cases}$

Exercice N°6

Soit $M = \begin{pmatrix} a+3 & 5 & 3 \\ a^2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

1) Pour quelle valeur de a la matrice M n'est pas inversible.
2) Dans la suite on prend a=-1

Calculer le déterminant de M et déduire que M est inversible.

3) Vérifier que la matrice inverse de $M^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
4) Vérifier $M^3-7M^2+4M-I_3=0$ et En déduire la matrice inverse de M^{-1} a partir de M^2 ; M et I_3.

Exercice N°7

1) 1.soit le système (S).$\begin{cases} 2x-6y=-10 \\ -x+3y+2z=-3 \\ x+5y-4z=15 \end{cases}$
   a) Montrer que (1,2,-1) est une solution de (S).
   b) Traduire le système(S).par une égalité matricielle de la forme M* X=N
2) Calculer le déterminant de M . En déduire que M est inversible
3) soit $F = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$
   a) Déterminer le produit de M* F
   b) En déduire la matrice inverse de M.

Exercice N°8

Une usine fabrique chaque jour trois types de cartes d'ordinateur : le modèle I , le modèle B et le modèle M. Pour chaque modèle, on utilise des puces électroniques de types P_1, P_2 et P_3 avec la répartition suivante :

Puce / **modéle**	**I**	**B**	**M**
$\mathbf{P_1}$	**5**	**2**	**7**
$\mathbf{P_2}$	**3**	**8**	**6**
$\mathbf{P_3}$	**3**	**4**	**5**

Un certain jour, on utilise 588 puces P_1,630 puces P_2 et 470 puces P_3. On note x,y et z les nombres respectifs des cartes I,B et M fabriquées.

1) Traduire les informations ci-dessus en un système (S) de trois équations à trois inconnues x, y et z.
2) a) Donner l'écriture matricielle du système(S).
   b) Résoudre alors le système(S).
   c) En déduire le nombre de cartes fabriquées de chaque modèle.

Exercice N°9

On considère le système (S) **:** $\begin{cases} y+z=5 \\ x+z=4 \\ x+y=3 \end{cases}$

1) Donner la matrice associe au système M
2) a)Montrer que $M^2-M-2I=0$.
   b)En déduire que M est inversible et calculer M^{-1}
   c) Résoudre alors le système (S) .
3) Résoudre le système en utilisant la méthode de Cramer .

Exercice 10

1.soit le système (S). $\begin{cases} 2x-6y=-10 \\ -x+3y+2z=-3 \\ x+5y-4z=15 \end{cases}$

a- Montrer que (1,2,-1) est une solution de (S).

b-Traduire le système(S).par une égalité matricielle de la forme M* X=N

2- Calculer le déterminant de M. En déduire que M est inversible

3-soit F= $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

a- Déterminer le produit de M* F

b- En déduire la matrice inverse de M.

Exercice 11

Soit la matrice définie par A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et I_3= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1- Montrer que A est inversible.

2- Calculer la matrice B =A-I_3 puis B^2 et B^3

3- En déduire B^n pour $n \geq 3$.

Exercice 12

On donne les matrices A = $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ et B= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

1) Vérifier que $B = A + 4I_3$.

2) Calculer dét(A) et en déduire que A est inversible.

3) a) Calculer A^2.

b) Vérifier que $A^2 + 5A = -4I_3$.

c) En déduire que $A(B + I_3) = -4I_3$ et déterminer la matrice inverse de A.

Exercice 13

On donne les matrices K = $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ et L = $\begin{pmatrix} -9 & -2 & 5 \\ 6 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -4 \end{pmatrix}$

1) Calculer le déterminant (K) et en déduire que K est inversible.

2) Calculer K.L puis déduire K^{-1}.

3) Résoudre le système $\begin{cases} 2x+2y+z=2 \\ 3x+y++3z=-1 \\ 5x+4y+3z=0 \end{cases}$

Exercice 14

Soient A = $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et B= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

1) Calculer le déterminant (A) .
2) a)A est-elle inversible?
   b) En déduire la matrice A^{-1} .
3) Calculer C= $\frac{1}{4}$B .
4) Calculer A *C
5) En déduire A^{-1} .