

Exercice n°1 :

Calculer les limites suivantes et interpréter graphiquement les résultats :

- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1-x^2+3x}{1-x^2+x} \right)$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{2+x^2-x}{1-2x^2+x} \right)$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{3x}}{x-1} \right)$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+2} + x)$

Exercice n°2 :

On considère la fonction suivante définie sur l'intervalle $] -\frac{1}{2}, +\infty[$. $f(x) = \frac{-x+\cos(x)}{2x+1}$

- 1) Démontrer que pour tout $x > -\frac{1}{2}$ on a $\frac{-x-1}{2x+1} \leq f(x) \leq \frac{-x+1}{2x+1}$
- 2) En déduire la limite de f en $+\infty$; Interpréter graphiquement le résultat.

Exercice n°3 :

On considère la fonction $f(x) = 3x + 2\sin(x)$

- 1) Montrer que pour $x \in \mathbb{R}$ $3x - 2 \leq f(x) \leq 3x + 2$
- 2) En déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Exercice n°4 :

On considère la fonction $f(x) = \frac{x^2-2x+5}{x-1}$

- 1) Déterminer D_f domaine de définition de la fonction f .
- 2) Déterminer a,b et c tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$
- 3) Pour les valeurs de a,b et c trouvées, déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (ax + b))$; Interpréter graphiquement le résultat.

Exercice n°5 :

Soit la fonction g définie par $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+1} & \text{si } x \geq 0 \\ \frac{3x-1}{x+1} & \text{si } x < 0 \end{cases}$

- 1) Déterminer D_g le domaine de définition de g .
- 2) Calculer limite de $g(x)$ en $-\infty$; Interpréter graphiquement le résultat.
- 3) Montrer que $\Delta: y = x$ est une asymptote oblique à C_g au voisinage de $+\infty$.
- 4) On considère la fonction $h(x) = g(x) - x$ si $x \geq 0$
 - a- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.
 - b- Interpréter graphiquement le résultat.

Exercice n°6 :

x	0	2	$+\infty$
$f(x)$		2	
		\nearrow	\searrow
	$-\infty$		$-\infty$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		5	
		\nearrow	\searrow
	-2		3

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$f(x)$		$+\infty$	3	
		\nearrow	\searrow	
	$-\infty$		$-\infty$	

A partir des tableaux des variations suivantes déterminer les asymptotes et les branches infinies de C_{f_1} , C_{f_2} et C_{f_3}

Exercice n°7 :

On considère la fonction $f(x) = \frac{\sin(\pi x + 1)}{x^2 + 1}$

- 1) Déterminer D_f domaine de définition de f .
- 2) Montrer que $\frac{-1}{x^2 + 1} \leq f(x) \leq \frac{1}{x^2 + 1}$
- 3) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ Interpréter graphiquement les résultats.

Exercice n°8 :

Soit la fonction $f(x) = 1 + \frac{\sin(x)}{\sqrt{x}}$

- 1) Montrer que pour tout $x > 0$, $\frac{-1}{\sqrt{x}} \leq f(x) - 1 \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$
- 2) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1]$.
- 3) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

Exercice n°9 :

Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^2)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(100x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x}$