M BENYA MINA **$1^{ère}$ S1**

DEVOIR MAISON DE MATHÉMATIQUES N°1

(**à rendre sans faute pour le mercredi 06/11/2013**)

I]ÉTUDE DES FONCTIONS TRINÔME DU SECON DEGRÉ

Exercice 1 :

1. **Vrai ou faux** :

a/ Si un trinôme a pour forme canonique $a(x-\alpha)^2+\beta$, alors le sommet de la parabole a pour coordonnées (β,α) .

b/ les variations du trinôme du second degré dépend du signe de Δ

c/ si $a>0$, alors le trinôme est d'abord décroissant puis croissant.

2. QCM (une seule bonne réponse)

a/ P un trinôme du second degré admettant deux racines distinctes .

P est du signe de a pour : les valeurs de x << à l'extérieur des racines>> ?

les valeurs de x << à l'intérieur des racines>>?

b/ P est un trinôme du second degré n'admettant pas de racine réelle , alors pour tout réel x, $P(x)$ est : du signe de a ?

du signe de $-a$?

c/ Soi P un trinôme du second degré. parmi les formes : réduite ax^2+bx+c ou

canonique $a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{\Delta}{4aa^2}\right]$ ou factorisée $a(x-x_1)(x-x_2)$, quelle est la mieux adaptée

pour : établir le tableau de variation ;

établir le tableau de signes ;

connaître les coordonnées du sommet de la parabole ;

connaître les abscisses des points d'intersection de la courbe (la parabole) avec l'axe des abscisse ;

résoudre l'équation $P(x)=0$ P(x) = 0 ;

connaître l'ordonnée du pont d'abscisse 0.

♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦

Exercice 2 : utiliser la forme la plus adaptée pour résoudre un problème réel.

<u>Enoncé</u> :

Un projectile explosif suit une trajectoire parabolique que l'on peut modéliser par la fonction P définie par $P(x)=\frac{-x^2+8x}{k}$ (ou encore $P(x)=-\frac{x^2}{k}+\frac{8x}{k}$. Cette fonction donne la hauteur (en km) du projectile en fonction de la distance x (en km) entre le lieu du lancer et l'ombre au sol du projectile.

k est un paramètre réel **strictement positif**, qui est **variable** (à ne pas confondre avec **l'inconnue** x de l'équation).

a/ Quelle doit être la valeur du paramètre k pour que ce projectile explose au plus haut de sa trajectoire, à une altitude de 1 km?

b/ Et alors, à quelle distance de la cible doit-on le lancer ?

Méthode:

- **La forme réduite** d'un trinôme du second degré P permet de calculer rapidement **l'ordonnée du point d'abscisse 0 c'est -à-dire P(0).**

- **La forme canonique** permet de déterminer **l'extremum** correspondant au sommet $S(\alpha,\beta)$ avec $\alpha=-\frac{b}{2a}$ et $\beta=f(\alpha)$ (ou $\beta=-\frac{\Delta}{4a}$).

Rappel :

- si $a>0$, il s'agit d'un minimum.

- si $a<0$, il s'agit d'un maximum.

- La forme factorisée permet de déterminer les racines et le signe du trinôme lorsque $\Delta>0$.

♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦

II] ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

Exercice 3 :

1. Résoudre , dans R, chacune des équations suivantes :

a/ $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; **b/** $x^4 + x^2 - 2 = 0$; **c/** $6x - 13\sqrt{x} - 5 = 0$.

indications :

On pourra effectuer un changement d'inconnue pour se ramener à des équations du second degré.

On posera $X = x^2$ X= x², avec $X \geq 0$ X>=0 pour le **a/** et le **b/** et $X = \sqrt{x}$, avec $X \geq 0$ et $x \geq 0$.

2. Résoudre, dans R, chacune des équations suivantes après avoir d'abord précisé l'ensemble de définition de chacune .

a/ $x^3 + 12x^2 - 14x = 0$ **(**on fera une simple factorisation au préalable **)** **;**

Pour les questions de **b/** à **f/** il s'agit de fractions dites **rationnelles ,** comme pour les fractions ordinaires pour les additionner (ou les soustraire) il faudra réduire eu même dénominateur, quand c'est nécessaire.

Par ailleurs, se rappeler une **fraction est nulle** (qu'elle soit rationnelle ou ordinaire) si, et seulement si son **numérateu**r **est nul.**

b/ $7x + \dfrac{4}{x-1} = 0$; **c/** $\dfrac{x}{2x+3} = \dfrac{x-1}{2x}$ **;** **d/** $\dfrac{1}{x-3} = \dfrac{x+5}{x-3}$;

e/ $1 + \dfrac{1}{x} - \dfrac{6}{x^2} = 0$ **;** **f/** $\dfrac{1}{x-1} + \dfrac{6}{x^2} = 0$**.**

♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦

Exercice 4 :

1. On considère l'équation $\sqrt{x-1} = x - 2$.

a/ En considérant le membre de gauche de cette équation, quelle condition doit satisfaire x ?

b/ en considérant le membre de droite de cette équation, quelle condition doit satisfaire x ?

c/ En déduire, alors, l'intervalle dans lequel on doit résoudre cette équation , puis la résoudre.

d/ Vérifier , à l'aide d'une calculatrice graphique, en traçant dans le même repère les courbes représentatives des fonctions $x \to \sqrt{x+1}$ et $x \to x - 2$.

♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦

Exercice 5 :

Etablir le tableau de variations pour chacune des fonction polynômes du second degré suivantes :

$f : x \to 2x^2 - 4x - 5$

$g : x \to x^2 + x + 1$

$h : x \to 3x^2 - 5x + 2$

$r : x \leftarrow -3x - 2x^2 - 10$

$i : x \to x^2 - 4x - 9$

$k : x \to 1 + 4x^2 + 3x$

Aide :

il faut tout d'abord déterminer les coordonnées du sommet et le sens de la courbure

(de la parabole) dans chaque cas.

BONNES VACANCES