(محمد الكيال) **الدوال الأسية**

الدالة الأسية النبيرية

تعريف:

الدالة $x \mapsto e^x$ هي الدالة العكسية للدالة $\ln$ و تسمى الدالة الأسية النبيرية

استنتاجات وخاصيات:

$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ $\ln e^x = x$	$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 \quad \forall r \in \mathbb{Q}$ $e^x \times e^y = e^{x+y}$ $(e^x)^r = e^{rx}$ $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$ $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$
$\forall x \in]0;+\infty[\quad e^{\ln x} = x$	
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0;+\infty[$ $e^x = y \Leftrightarrow x = \ln y$	
$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 \quad e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$	

مجموعة التعريف:

الدالة f معرفة كما يلي	مجموعة تعريفها
$f(x) = e^x$	$D_f = \mathbb{R}$
$f(x) = e^{u(x)}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_u\}$

النهايات:

نهايات أساسية:

$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$
$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$
$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$
$\lim_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$
$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$(n \in \mathbb{N}^*)$

استنتاجات:

$\lim_{x \to x_0} u(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \to x_0} e^{u(x)} = +\infty$
$\lim_{x \to x_0} u(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \to x_0} e^{u(x)} = 0$
$\lim_{x \to x_0} u(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \to x_0} \frac{e^{u(x)}}{[u(x)]^n} = +\infty$
$\lim_{x \to x_0} u(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \to x_0} [u(x)]^n e^{u(x)} = 0$
$\lim_{x \to x_0} u(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \to x_0} \frac{e^{u(x)} - 1}{u(x)} = +\infty$

هذه النهايات تبقى صالحة عند x_0 على اليمين أو عند x_0 على اليسار أو عند $+\infty$ أو عند $-\infty$

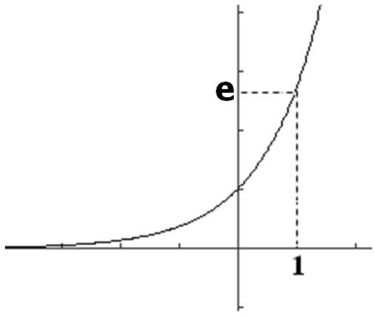
الاتصال:

الدالة $x \mapsto e^x$ متصلة على $\mathbb{R}$
إذا كانت دالة u متصلة على مجال I فإن الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ متصلة على المجال I

- الاشتقاق

الدالة $x \mapsto e^{x}$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا: $\left(e^{x}\right)' = e^{x} \quad \forall x \in \mathbb{R}$	إذا كانت دالة u قابلة للاشتقاق على مجال I فإن الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ قابلة للاشتقاق على المجال I ولدينا: $\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x) \times e^{u(x)} \quad \forall x \in I$

- التمثيل المبياني:



الدالة الأسية للأساس a حيث: $a \in \mathbb{R}_{+}^{*} - \{1\}$

- تعريف:

الدالة $x \mapsto a^{x}$ هي الدالة العكسية للدالة $\log_{a}$ و تسمى الدالة الأسية للأساس a

- استنتاجات و خاصيات:

$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^{x} = e^{x \ln a}$ $\log_{a}\left(a^{x}\right) = x$	$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2$ $a^{x} \times a^{y} = a^{x+y}$ $\left(a^{x}\right)^{r} = a^{rx} \quad (r \in \mathbb{Q})$ $\dfrac{1}{a^{x}} = a^{-x}$ $\dfrac{a^{x}}{a^{y}} = a^{x-y}$
$\forall x \in]0;+\infty[\quad a^{\log_{a} x} = x$	
$a^{x} = a^{y} \Leftrightarrow x = y$	
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0;+\infty[$ $a^{x} = y \Leftrightarrow x = \log_{a}(y)$	

- نهايات و متراجحات:

$a > 1$	$0 < a < 1$
$a^{x} > a^{y} \Leftrightarrow x > y$	$a^{x} > a^{y} \Leftrightarrow x < y$
$\lim\limits_{x \to +\infty} a^{x} = +\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} a^{x} = 0$	$\lim\limits_{x \to +\infty} a^{x} = 0$ $\lim\limits_{x \to -\infty} a^{x} = +\infty$
$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{a^{x} - 1}{x} = \ln a$	

- المشتقة:

$$\left(a^{x}\right)' = (\ln a) \times a^{x}$$