Chapitre 1 Le modèle de régression linéaire

Maher Chatti
FSEGT
Année Universitaire : 2013-2014
2M EGRFA
Econométrie de la finance et de l'assurance

- En réarrangant et manipulant ces deux expressions, on obtient :

$$\widehat{\beta}_0 = \overline{y} - \widehat{\beta}_1 \overline{x}$$

$$\begin{aligned} \widehat{\beta}_1 &= \frac{\sum_{t=1}^{T} \left(x_t - \overline{x}\right)\left(y_t - \overline{y}\right)}{\sum_{t=1}^{T} \left(x_t - \overline{x}\right)^2} \\ &= \frac{T\,\widehat{Cov}\left(x, y\right)}{T\,\widehat{Var}\left(x\right)} = \frac{\widehat{Cov}\left(x, y\right)}{\widehat{Var}\left(x\right)} \end{aligned}$$

- Si le modèle ne comporte pas de terme constant, la formule de l'estimateur est donnée par :

$$\widehat{\beta}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{T} x_t y_t}{\sum_{t=1}^{T} x_t^2}$$

1.2.2 Propriétés statistiques

1.2.2 Propriétés statistiques

- Les estimateurs $\widehat{\beta}_0$ et $\widehat{\beta}_1$ dépendent des y_t et sont donc des variables aléatoires qui admettent des propriétés statistiques.

1.2.2 Propriétés statistiques

- Les estimateurs $\widehat{\beta}_0$ et $\widehat{\beta}_1$ dépendent des y_t et sont donc des variables aléatoires qui admettent des propriétés statistiques.

1.2.2 Propriétés statistiques

- Les estimateurs $\widehat{\beta}_0$ et $\widehat{\beta}_1$ dépendent des y_t et sont donc des variables aléatoires qui admettent des propriétés statistiques.
- Si les hypothèses 1 à 6 sont vérifiées, on montre que les estimateurs MCO sont BLUE (Best Linear Unbiased Estimator) : dans la famille des estimateurs linéaires et sans biais, ils présentent la variance la plus faible.

Absence de biais

Absence de biais

- On montre que :

$$E\left(\widehat{\beta}_0\right) = \beta_0 \text{ et } E\left(\widehat{\beta}_1\right) = \beta_1$$

Absence de biais

- On montre que :

$$E\left(\widehat{\beta}_0\right) = \beta_0 \text{ et } E\left(\widehat{\beta}_1\right) = \beta_1$$

Absence de biais

- On montre que :

$$E\left(\widehat{\beta}_0\right) = \beta_0 \text{ et } E\left(\widehat{\beta}_1\right) = \beta_1$$

- Les distributions des estimateurs sont centrées autour de leurs vraies valeurs respectives.

Précision

Précision

- Un estimateur est d'autant plus précis que sa variance est plus faible.

Précision

- Un estimateur est d'autant plus précis que sa variance est plus faible.

Précision

- Un estimateur est d'autant plus précis que sa variance est plus faible.
- On montre que :

Précision

- Un estimateur est d'autant plus précis que sa variance est plus faible.
- On montre que :

Précision

- Un estimateur est d'autant plus précis que sa variance est plus faible.
- On montre que :

$$Var\left(\widehat{\beta}_1\right) = \frac{\sigma^2}{TVar(x_t)}$$

Précision

- Un estimateur est d'autant plus précis que sa variance est plus faible.
- On montre que :

$$Var\left(\widehat{\beta}_1\right) = \frac{\sigma^2}{TVar(x_t)}$$

$$Var\left(\widehat{\beta}_0\right) = \sigma^2\left[\frac{1}{T} + \frac{\overline{x}^2}{\sum_{t=1}^{T}(x_t - \overline{x})^2}\right]$$

- La précision d'un estimateur dépend de 3 facteurs :

- La précision d'un estimateur dépend de 3 facteurs :

- La précision d'un estimateur dépend de 3 facteurs :
  - σ^2 qui la réduit : plus la variance des facteurs que l'on a omis de considérer est importante et moins l'estimateur est précis ;

- La précision d'un estimateur dépend de 3 facteurs :
  - σ^2 qui la réduit : plus la variance des facteurs que l'on a omis de considérer est importante et moins l'estimateur est précis ;

- La précision d'un estimateur dépend de 3 facteurs :
  - σ^2 qui la réduit : plus la variance des facteurs que l'on a omis de considérer est importante et moins l'estimateur est précis ;
  - T et $Var\left(x_t\right)$ qui l'augmentent : plus la taille de l'échantillon et/ou la dispersion des observations du régresseur augmentent et plus l'estimateur est précis.

Convergence

Convergence

- Les estimateurs MCO sont convergents : ils convergent vers leurs vraies valeurs à mesure que la taille de l'échantillon tend vers l'infini.

1.2.3 Estimation de la variance des erreurs

1.2.3 Estimation de la variance des erreurs

- L'estimation des variances des estimateurs $Var\left(\widehat{\beta}_0\right)$ et $Var\left(\widehat{\beta}_1\right)$ passe par celle de $E\left(\varepsilon_t^2\right) = \sigma^2$, qui est une constante inconnue.

1.2.3 Estimation de la variance des erreurs

- L'estimation des variances des estimateurs $Var\left(\widehat{\beta}_0\right)$ et $Var\left(\widehat{\beta}_1\right)$ passe par celle de $E\left(\varepsilon_t^2\right) = \sigma^2$, qui est une constante inconnue.

1.2.3 Estimation de la variance des erreurs

- L'estimation des variances des estimateurs $Var\left(\widehat{\beta}_0\right)$ et $Var\left(\widehat{\beta}_1\right)$ passe par celle de $E\left(\varepsilon_t^2\right) = \sigma^2$, qui est une constante inconnue.
- On monter qu'un estimateur sans biais de σ^2 est donné par :

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \widehat{\varepsilon}_t^2}{ddl} = \frac{SCR}{ddl}$$

1.2.3 Estimation de la variance des erreurs

- L'estimation des variances des estimateurs $Var\left(\widehat{\beta}_0\right)$ et $Var\left(\widehat{\beta}_1\right)$ passe par celle de $E\left(\varepsilon_t^2\right) = \sigma^2$, qui est une constante inconnue.
- On monter qu'un estimateur sans biais de σ^2 est donné par :

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \widehat{\varepsilon}_t^2}{ddl} = \frac{SCR}{ddl}$$

1.2.3 Estimation de la variance des erreurs

- L'estimation des variances des estimateurs $Var\left(\widehat{\beta}_0\right)$ et $Var\left(\widehat{\beta}_1\right)$ passe par celle de $E\left(\varepsilon_t^2\right) = \sigma^2$, qui est une constante inconnue.
- On monter qu'un estimateur sans biais de σ^2 est donné par :

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \widehat{\varepsilon}_t^2}{ddl} = \frac{SCR}{ddl}$$

où ddl désigne le degré de liberté, égal au nombre d'observations T moins le nombre de paramètres à estimer (ici 2).

- Il s'ensuit les formules suivantes pour les variances estimées des estimateurs :

$$\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_1\right) = \frac{\widehat{\sigma}^2}{TVar(x_t)}$$

- Il s'ensuit les formules suivantes pour les variances estimées des estimateurs :

$$\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_1\right) = \frac{\widehat{\sigma}^2}{TVar(x_t)}$$

- Il s'ensuit les formules suivantes pour les variances estimées des estimateurs :

$$\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_1\right) = \frac{\widehat{\sigma}^2}{TVar(x_t)}$$

$$\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_0\right) = \widehat{\sigma}^2\left[\frac{1}{T} + \frac{\overline{x}^2}{\sum_{t=1}^{T}(x_t - \overline{x})^2}\right]$$

1.2.4 Qualité de l'ajustement

1.2.4 Qualité de l'ajustement

- Equation de l'analyse de la variance : on montre à partir de la relation : $y_t = \widehat{y}_t + \widehat{\varepsilon}_t$, que :

$$
\begin{gathered}
SCT = \sum_{t=1}^{T} \left(y_t - \overline{y}\right)^2 \\
= \sum_{t=1}^{T} \left(\widehat{y}_t - \overline{y}\right)^2 + \sum_{t=1}^{T} \widehat{\varepsilon}_t^2 \\
= SCE + SCR
\end{gathered}
$$

1.2.4 Qualité de l'ajustement

- Equation de l'analyse de la variance : on montre à partir de la relation : $y_t = \widehat{y}_t + \widehat{\varepsilon}_t$, que :

$$
\begin{gathered}
SCT = \sum_{t=1}^{T} \left(y_t - \overline{y}\right)^2 \\
= \sum_{t=1}^{T} \left(\widehat{y}_t - \overline{y}\right)^2 + \sum_{t=1}^{T} \widehat{\varepsilon}_t^2 \\
= SCE + SCR
\end{gathered}
$$

1.2.4 Qualité de l'ajustement

- Equation de l'analyse de la variance : on montre à partir de la relation : $y_t = \widehat{y}_t + \widehat{\varepsilon}_t$, que :

$$
\begin{gathered}
SCT = \sum_{t=1}^{T} \left(y_t - \overline{y}\right)^2 \\
= \sum_{t=1}^{T} \left(\widehat{y}_t - \overline{y}\right)^2 + \sum_{t=1}^{T} \widehat{\varepsilon}_t^2 \\
= SCE + SCR
\end{gathered}
$$

- La variance de la variable dépendante est expliquée en partie par le modèle à hauteur de SCE, l'autre partie restant inexpliquée à hauteur de SCR.

- Le coefficient de détermination R^2 mesure la part de la variance totale qui est expliquée par le modèle, soit :

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT}$$

- Le coefficient de détermination R^2 mesure la part de la variance totale qui est expliquée par le modèle, soit :

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT}$$

- Le coefficient de détermination R^2 mesure la part de la variance totale qui est expliquée par le modèle, soit :

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT}$$

- Ce coefficient est compris entre 0 et 1.

- Le coefficient de détermination R^2 mesure la part de la variance totale qui est expliquée par le modèle, soit :

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT}$$

- Ce coefficient est compris entre 0 et 1.

- Le coefficient de détermination R^2 mesure la part de la variance totale qui est expliquée par le modèle, soit :

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT}$$

- Ce coefficient est compris entre 0 et 1.
- Lorsque le modèle ne comporte pas de terme constant :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{T} \widehat{\varepsilon}_t^2}{\sum_{t=1}^{T} y_t^2}$$

- Le coefficient de détermination R^2 mesure la part de la variance totale qui est expliquée par le modèle, soit :

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT}$$

- Ce coefficient est compris entre 0 et 1.
- Lorsque le modèle ne comporte pas de terme constant :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{T} \widehat{\varepsilon}_t^2}{\sum_{t=1}^{T} y_t^2}$$

- Le coefficient de détermination R^2 mesure la part de la variance totale qui est expliquée par le modèle, soit :

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT}$$

- Ce coefficient est compris entre 0 et 1.
- Lorsque le modèle ne comporte pas de terme constant :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{T} \widehat{\varepsilon}_t^2}{\sum_{t=1}^{T} y_t^2}$$

- Lorsque le modèle ne comporte qu'un terme constant, $R^2 = 0$.

- R^2 augmente mécaniquement lorsqu'on ajoute une variable explicative, même si celle-ci n'est pas pertinente.

- R^2 augmente mécaniquement lorsqu'on ajoute une variable explicative, même si celle-ci n'est pas pertinente.

- R^2 augmente mécaniquement lorsqu'on ajoute une variable explicative, même si celle-ci n'est pas pertinente.
- Pour en tenir compte et pour pouvoir comparer des modèles n'ayant pas le même nombre de variables explicatives, on utilise le coefficient de détermination ajusté, donné par :

$$\overline{R}^2 = 1 - \frac{T-1}{ddl}\left(1 - R^2\right)$$

1.3 Tests d'hypothèses

1.3 Tests d'hypothèses

- Démarche :

1.3 Tests d'hypothèses

- Démarche :
  - Formuler l'hypothèse nulle $H0$ à tester ainsi que l'hypothèse alternative $H1$;

1.3 Tests d'hypothèses

- Démarche :
  - Formuler l'hypothèse nulle $H0$ à tester ainsi que l'hypothèse alternative $H1$;

1.3 Tests d'hypothèses

- Démarche :
  - Formuler l'hypothèse nulle $H0$ à tester ainsi que l'hypothèse alternative $H1$;
  - Ecrire la statistique du test ;

1.3 Tests d'hypothèses

- Démarche :
  - Formuler l'hypothèse nulle $H0$ à tester ainsi que l'hypothèse alternative $H1$;
  - Ecrire la statistique du test ;

1.3 Tests d'hypothèses

- Démarche :
  - Formuler l'hypothèse nulle $H0$ à tester ainsi que l'hypothèse alternative $H1$;
  - Ecrire la statistique du test ;
  - Calculer la statistique du test sous $H0$;

1.3 Tests d'hypothèses

- Démarche :
  - Formuler l'hypothèse nulle $H0$ à tester ainsi que l'hypothèse alternative $H1$;
  - Ecrire la statistique du test ;
  - Calculer la statistique du test sous $H0$;

1.3 Tests d'hypothèses

- Démarche :
  - Formuler l'hypothèse nulle $H0$ à tester ainsi que l'hypothèse alternative $H1$;
  - Ecrire la statistique du test ;
  - Calculer la statistique du test sous $H0$;
  - Comparer-là à la valeur donnée par une table de distribution du test, pour un niveau de significativité donné ;

1.3 Tests d'hypothèses

- Démarche :
  - Formuler l'hypothèse nulle $H0$ à tester ainsi que l'hypothèse alternative $H1$;
  - Ecrire la statistique du test ;
  - Calculer la statistique du test sous $H0$;
  - Comparer-là à la valeur donnée par une table de distribution du test, pour un niveau de significativité donné ;

1.3 Tests d'hypothèses

- Démarche :
  - Formuler l'hypothèse nulle $H0$ à tester ainsi que l'hypothèse alternative $H1$;
  - Ecrire la statistique du test ;
  - Calculer la statistique du test sous $H0$;
  - Comparer-là à la valeur donnée par une table de distribution du test, pour un niveau de significativité donné ;
  - Prendre une décision et conclure.

Tests de significativité individuelle

Tests de significativité individuelle

- On veut tester les hypothèses nulles : $H0 : \beta_0 = 0$ contre $H1 : \beta_0 \neq 0$ et $H0 : \beta_1 = 0$ contre $H1 : \beta_1 \neq 0$.

Tests de significativité individuelle

- On veut tester les hypothèses nulles : $H0 : \beta_0 = 0$ contre $H1 : \beta_0 \neq 0$ et $H0 : \beta_1 = 0$ contre $H1 : \beta_1 \neq 0$.

Tests de significativité individuelle

- On veut tester les hypothèses nulles : $H0$: $\beta_0 = 0$ contre $H1$: $\beta_0 \neq 0$ et $H0$: $\beta_1 = 0$ contre $H1$: $\beta_1 \neq 0$.
- Les variances des estimateurs étant inconnues, on montre que les statistiques du test s'écrivent :

$$t_{\widehat{\beta}_0} = \frac{\widehat{\beta}_0 - \beta_0}{\sqrt{\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_0\right)}} \sim St\left(ddl\right) \text{ et}$$

$$t_{\widehat{\beta}_1} = \frac{\widehat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_1\right)}} \sim St\left(ddl\right)$$

où $ddl = T - 2$.

- On suppose $H0$ vraie et on calcule les statistiques du test sous $H0$, soient :

$$\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0} = \frac{\widehat{\beta}_0}{\sqrt{\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_0\right)}} \text{ et } \widehat{t}_{\widehat{\beta}_1} = \frac{\widehat{\beta}_1}{\sqrt{\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_1\right)}}$$

- On suppose $H0$ vraie et on calcule les statistiques du test sous $H0$, soient :

$$\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0} = \frac{\widehat{\beta}_0}{\sqrt{\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_0\right)}} \text{ et } \widehat{t}_{\widehat{\beta}_1} = \frac{\widehat{\beta}_1}{\sqrt{\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_1\right)}}$$

- On suppose $H0$ vraie et on calcule les statistiques du test sous $H0$, soient :

$$\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0} = \frac{\widehat{\beta}_0}{\sqrt{\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_0\right)}} \text{ et } \widehat{t}_{\widehat{\beta}_1} = \frac{\widehat{\beta}_1}{\sqrt{\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_1\right)}}$$

- On compare la valeur absolue de cette valeur à la valeur donnée par la table de la loi de Student (valeur critique $t_{\alpha/2}$).

- On suppose $H0$ vraie et on calcule les statistiques du test sous $H0$, soient :

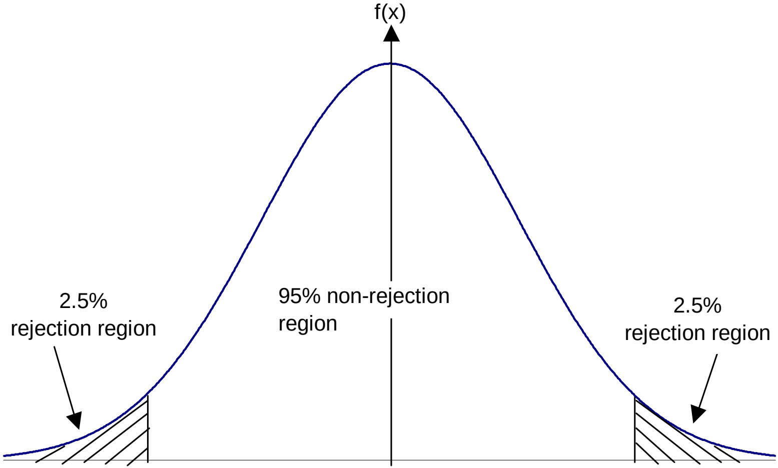
$$\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0} = \frac{\widehat{\beta}_0}{\sqrt{\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_0\right)}} \text{ et } \widehat{t}_{\widehat{\beta}_1} = \frac{\widehat{\beta}_1}{\sqrt{\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_1\right)}}$$

- On compare la valeur absolue de cette valeur à la valeur donnée par la table de la loi de Student (valeur critique $t_{\alpha/2}$).

- On suppose $H0$ vraie et on calcule les statistiques du test sous $H0$, soient :

$$\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0} = \frac{\widehat{\beta}_0}{\sqrt{\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_0\right)}} \text{ et } \widehat{t}_{\widehat{\beta}_1} = \frac{\widehat{\beta}_1}{\sqrt{\widehat{Var}\left(\widehat{\beta}_1\right)}}$$

- On compare la valeur absolue de cette valeur à la valeur donnée par la table de la loi de Student (valeur critique $t_{\alpha/2}$).
- Pour cela, il faut choisir un niveau de significativité (ou taille du test) α (ou un seuil de confiance $(1-\alpha)$), qui détermine l'étendue des zones de rejet et de non rejet de $H0$. C'est la probabilité de l'erreur de première espèce, celle de rejeter une hypothèse vraie. Généralement, on retient le seuil de $\alpha = 5\%$


f(x)
2.5%
rejection region
95% non-rejection
region
2.5%
rejection region

- Décision pour β_0 :

- Décision pour β_0 :

- Décision pour β_0 :
  - Si $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0}\right| > t_{\alpha/2}$, on rejette $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut que β_0 est significativement différent de 0 (ou encore statistiquement significatif).

- Décision pour β_0 :
    - Si $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0}\right| > t_{\alpha/2}$, on rejette $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut que β_0 est significativement différent de 0 (ou encore statistiquement significatif).

- Décision pour β_0 :
  - Si $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0}\right| > t_{\alpha/2}$, on rejette $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut que β_0 est significativement différent de 0 (ou encore statistiquement significatif).
  - Sinon, on ne peut pas rejeter $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut qu'il n'est pas significativement différent de 0.

- Décision pour β_0 :
    - Si $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0}\right| > t_{\alpha/2}$, on rejette $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut que β_0 est significativement différent de 0 (ou encore statistiquement significatif).
    - Sinon, on ne peut pas rejeter $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut qu'il n'est pas significativement différent de 0.

- Décision pour β_0 :
  - Si $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0}\right| > t_{\alpha/2}$, on rejette $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut que β_0 est significativement différent de 0 (ou encore statistiquement significatif).
  - Sinon, on ne peut pas rejeter $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut qu'il n'est pas significativement différent de 0.
- Décision pour β_1 :

- Décision pour β_0 :
  - Si $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0}\right| > t_{\alpha/2}$, on rejette $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut que β_0 est significativement différent de 0 (ou encore statistiquement significatif).
  - Sinon, on ne peut pas rejeter $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut qu'il n'est pas significativement différent de 0.
- Décision pour β_1 :

- Décision pour β_0 :
  - Si $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0}\right| > t_{\alpha/2}$, on rejette $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut que β_0 est significativement différent de 0 (ou encore statistiquement significatif).
  - Sinon, on ne peut pas rejeter $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut qu'il n'est pas significativement différent de 0.
- Décision pour β_1 :
  - Si $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_1}\right| > t_{\alpha/2}$, on rejette $H0 : \beta_1 = 0$ et on conclut que β_1 est significativement différent de 0 (ou encore statistiquement significatif).

- Décision pour β_0 :
  - Si $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0}\right| > t_{\alpha/2}$, on rejette $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut que β_0 est significativement différent de 0 (ou encore statistiquement significatif).
  - Sinon, on ne peut pas rejeter $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut qu'il n'est pas significativement différent de 0.

- Décision pour β_1 :
  - Si $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_1}\right| > t_{\alpha/2}$, on rejette $H0 : \beta_1 = 0$ et on conclut que β_1 est significativement différent de 0 (ou encore statistiquement significatif).

- Décision pour β_0 :
  - Si $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_0}\right| > t_{\alpha/2}$, on rejette $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut que β_0 est significativement différent de 0 (ou encore statistiquement significatif).
  - Sinon, on ne peut pas rejeter $H0 : \beta_0 = 0$ et on conclut qu'il n'est pas significativement différent de 0.
- Décision pour β_1 :
  - Si $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_1}\right| > t_{\alpha/2}$, on rejette $H0 : \beta_1 = 0$ et on conclut que β_1 est significativement différent de 0 (ou encore statistiquement significatif).
  - Sinon, on ne peut pas rejeter $H0 : \beta_1 = 0$ et on conclut qu'il n'est pas significativement différent de 0.

- On peut conduire d'autres tests d'hypothèses, par exemple :

- On peut conduire d'autres tests d'hypothèses, par exemple :

- On peut conduire d'autres tests d'hypothèses, par exemple :
  - le test de l'hypothèse $H0 : \beta_1 = 1$ contre l'hypothèse alternative $H1 : \beta_1 \neq 1$.

- On peut conduire d'autres tests d'hypothèses, par exemple :
  - le test de l'hypothèse $H0 : \beta_1 = 1$ contre l'hypothèse alternative $H1 : \beta_1 \neq 1$.

- On peut conduire d'autres tests d'hypothèses, par exemple :
  - le test de l'hypothèse $H0 : \beta_1 = 1$ contre l'hypothèse alternative $H1 : \beta_1 \neq 1$.
  - le test de l'hypothèse $H0 : \beta_1 = 1$ contre l'hypothèse alternative $H1 : \beta_1 > 1$.

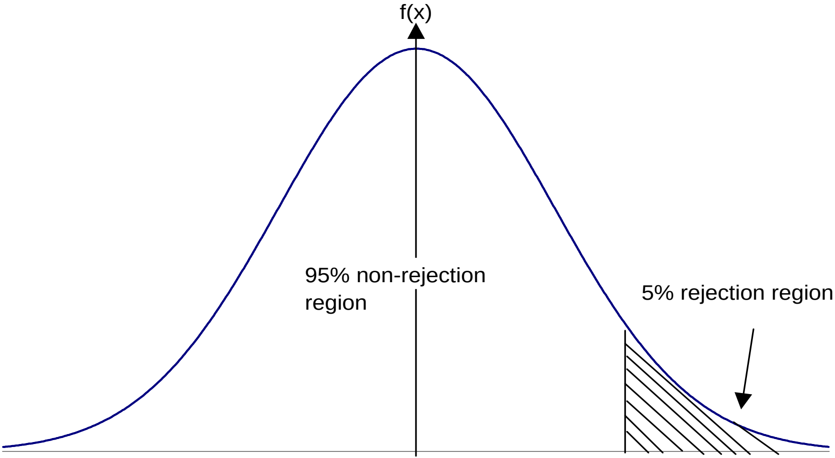
- On peut conduire d'autres tests d'hypothèses, par exemple :
    - le test de l'hypothèse $H0 : \beta_1 = 1$ contre l'hypothèse alternative $H1 : \beta_1 \neq 1$.
    - le test de l'hypothèse $H0 : \beta_1 = 1$ contre l'hypothèse alternative $H1 : \beta_1 > 1$.

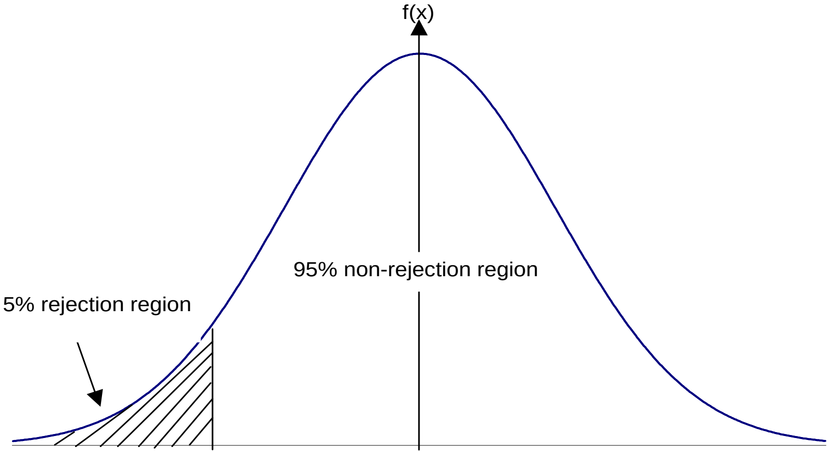
- On peut conduire d'autres tests d'hypothèses, par exemple :
  - le test de l'hypothèse $H0 : \beta_1 = 1$ contre l'hypothèse alternative $H1 : \beta_1 \neq 1$.
  - le test de l'hypothèse $H0 : \beta_1 = 1$ contre l'hypothèse alternative $H1 : \beta_1 > 1$.
  - le test de l'hypothèse $H0 : \beta_1 = 1$ contre l'hypothèse alternative $H1 : \beta_1 < 1$.

- Les deux derniers tests sont des tests unilatéraux, contrairement aux autres qui sont des tests bilatéraux.

- Les deux derniers tests sont des tests unilatéraux, contrairement aux autres qui sont des tests bilatéraux.

- Les deux derniers tests sont des tests unilatéraux, contrairement aux autres qui sont des tests bilatéraux.
- Ils sont conduits de la même manière, à la seule différence que l'on compare $\widehat{t}_{\widehat{\beta}_1}$, et non pas $\left|\widehat{t}_{\widehat{\beta}_1}\right|$, à $t_{\alpha/2}$ et que la zone de rejet de $H0$ est située d'un seul côté : à droite pour $H1 : \beta_1 > 1$ et à gauche pour $\beta_1 < 1$.


f(x)
95% non-rejection region
5% rejection region


f(x)
95% non-rejection region
5% rejection region

Tests de significativité globale

Tests de significativité globale

- L'hypothèse nulle de ce test consiste à supposer que tous les coefficients, exception faite de la constante, sont nuls.

Tests de significativité globale

- L'hypothèse nulle de ce test consiste à supposer que tous les coefficients, exception faite de la constante, sont nuls.

Tests de significativité globale

- L'hypothèse nulle de ce test consiste à supposer que tous les coefficients, exception faite de la constante, sont nuls.
- Dans le modèle de régression simple, le test de significativité individuelle et celui de significativité globale sont équivalents puisque $H0 : \beta_1 = 0$.

Tests de significativité globale

- L'hypothèse nulle de ce test consiste à supposer que tous les coefficients, exception faite de la constante, sont nuls.
- Dans le modèle de régression simple, le test de significativité individuelle et celui de significativité globale sont équivalents puisque $H0 : \beta_1 = 0$.

Tests de significativité globale

- L'hypothèse nulle de ce test consiste à supposer que tous les coefficients, exception faite de la constante, sont nuls.
- Dans le modèle de régression simple, le test de significativité individuelle et celui de significativité globale sont équivalents puisque $H0 : \beta_1 = 0$.
- La statistique du test est donnée par :

$$F = \frac{(SCR_c - SCR)/r}{SCR/ddl} = \frac{\left(R^2 - R_c^2\right)/r}{(1 - R^2)/ddl} \sim F\left(r, ddl\right)$$

où SCR_c et R_c^2 sont repectivement la SCR et le R^2

- Sous $H0$, $R_c^2 = 0$ et $SCR_c = SCT$, si bien que :

$$\widehat{F} = \frac{(SCT - SCR)/r}{SCR/ddl} = \frac{SCE/r}{SCR/ddl}$$
$$= \frac{R^2/r}{(1-R^2)/ddl}$$

- Sous $H0$, $R_c^2 = 0$ et $SCR_c = SCT$, si bien que :

$$\widehat{F} = \frac{(SCT - SCR)/r}{SCR/ddl} = \frac{SCE/r}{SCR/ddl}$$
$$= \frac{R^2/r}{(1-R^2)/ddl}$$

- Sous $H0$, $R_c^2 = 0$ et $SCR_c = SCT$, si bien que :

$$\widehat{F} = \frac{(SCT - SCR)\,/\,r}{SCR\,/\,ddl} = \frac{SCE\,/\,r}{SCR\,/\,ddl}$$
$$= \frac{R^2\,/\,r}{(1 - R^2)\,/\,ddl}$$

- On montre dans le cadre du modèle de régression simple que : $\widehat{F} = \widehat{t}^2$

- Sous $H0$, $R_c^2 = 0$ et $SCR_c = SCT$, si bien que :

$$\widehat{F} = \frac{(SCT - SCR)/r}{SCR/ddl} = \frac{SCE/r}{SCR/ddl}$$
$$= \frac{R^2/r}{(1-R^2)/ddl}$$

- On montre dans le cadre du modèle de régression simple que : $\widehat{F} = \widehat{t}^2$

- Sous $H0$, $R_c^2 = 0$ et $SCR_c = SCT$, si bien que :

$$\widehat{F} = \frac{(SCT - SCR)/r}{SCR/ddl} = \frac{SCE/r}{SCR/ddl}$$
$$= \frac{R^2/r}{(1-R^2)/ddl}$$

- On montre dans le cadre du modèle de régression simple que : $\widehat{F} = \widehat{t}^2$
- Décision :

- Sous $H0$, $R_c^2 = 0$ et $SCR_c = SCT$, si bien que :

$$\widehat{F} = \frac{(SCT - SCR)/r}{SCR/ddl} = \frac{SCE/r}{SCR/ddl} = \frac{R^2/r}{(1-R^2)/ddl}$$

- On montre dans le cadre du modèle de régression simple que : $\widehat{F} = \widehat{t}^2$
- Décision :
  - Si $\widehat{F} > F_\alpha$, on rejette $H0$ et on conclut que le modèle est globalement significatif ;

- Sous $H0$, $R_c^2 = 0$ et $SCR_c = SCT$, si bien que :

$$\widehat{F} = \frac{(SCT - SCR)/r}{SCR/ddl} = \frac{SCE/r}{SCR/ddl} = \frac{R^2/r}{(1-R^2)/ddl}$$

- On montre dans le cadre du modèle de régression simple que : $\widehat{F} = \widehat{t}^2$
- Décision :
  - Si $\widehat{F} > F_\alpha$, on rejette $H0$ et on conclut que le modèle est globalement significatif ;

- Sous $H0$, $R_c^2 = 0$ et $SCR_c = SCT$, si bien que :

$$\widehat{F} = \frac{(SCT - SCR)/r}{SCR/ddl} = \frac{SCE/r}{SCR/ddl}$$
$$= \frac{R^2/r}{(1-R^2)/ddl}$$

- On montre dans le cadre du modèle de régression simple que : $\widehat{F} = \widehat{t}^2$
- Décision :
  - Si $\widehat{F} > F_\alpha$, on rejette $H0$ et on conclut que le modèle est globalement significatif ;
  - Sinon, on ne peut pas rejeter $H0$ et on conclut que le modèle n'est pas globalement significatif.

1.4 Prévision

1.4 Prévision

- A partir du modèle de régression $\widehat{y}_t = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 x_t$, $t = 1, ..., T$, on cherche à effectuer une prévision de la variable expliquée pour un horizon h, soit $\widehat{y}_{T+h}$.

1.4 Prévision

- A partir du modèle de régression $\widehat{y}_t = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 x_t$, $t = 1, ..., T$, on cherche à effectuer une prévision de la variable expliquée pour un horizon h, soit $\widehat{y}_{T+h}$.

1.4 Prévision

- A partir du modèle de régression $\widehat{y}_t = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 x_t$, $t = 1, ..., T$, on cherche à effectuer une prévision de la variable expliquée pour un horizon h, soit $\widehat{y}_{T+h}$.
- En supposant que l'équation du modèle de régression reste valable pour $T + h$ et que la valeur de la variable explicative x_{T+h} est connue, on montre que $\widehat{y}_{T+h} = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 x_{T+h}$ est la meilleure prédiction linéaire et sans biais de y_{T+h}.

- L'erreur de prévision est donnée par : $e_{T+h} = y_{T+h} - \widehat{y}_{T+h}$ et admet une variance égale à :

$$V\left(e_{T+h}\right) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{T} + \frac{\left(x_{T+h} - \overline{x}\right)^2}{\sum_{t=1}^{T} \left(x_t - \overline{x}\right)^2}\right]$$

- L'erreur de prévision est donnée par : $e_{T+h} = y_{T+h} - \widehat{y}_{T+h}$ et admet une variance égale à :

$$V\left(e_{T+h}\right) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{T} + \frac{\left(x_{T+h} - \overline{x}\right)^2}{\sum_{t=1}^{T}\left(x_t - \overline{x}\right)^2}\right]$$

- L'erreur de prévision est donnée par : $e_{T+h} = y_{T+h} - \widehat{y}_{T+h}$ et admet une variance égale à :

$$V\left(e_{T+h}\right) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{T} + \frac{\left(x_{T+h} - \overline{x}\right)^2}{\sum_{t=1}^{T}\left(x_t - \overline{x}\right)^2}\right]$$

- La précision de la prévision dépend de deux types de facteurs :

- L'erreur de prévision est donnée par : $e_{T+h} = y_{T+h} - \widehat{y}_{T+h}$ et admet une variance égale à :

$$V\left(e_{T+h}\right) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{T} + \frac{\left(x_{T+h} - \overline{x}\right)^2}{\sum_{t=1}^{T}\left(x_t - \overline{x}\right)^2}\right]$$

- La précision de la prévision dépend de deux types de facteurs :
    - les facteurs qui l'augmentent : T et $V(x_t)$;

- L'erreur de prévision est donnée par : $e_{T+h} = y_{T+h} - \widehat{y}_{T+h}$ et admet une variance égale à :

$$V\left(e_{T+h}\right) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{T} + \frac{\left(x_{T+h} - \overline{x}\right)^2}{\sum_{t=1}^{T}\left(x_t - \overline{x}\right)^2}\right]$$

- La précision de la prévision dépend de deux types de facteurs :
    - les facteurs qui l'augmentent : T et $V(x_t)$;

- L'erreur de prévision est donnée par : $e_{T+h} = y_{T+h} - \widehat{y}_{T+h}$ et admet une variance égale à :

$$V\left(e_{T+h}\right) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{T} + \frac{\left(x_{T+h} - \overline{x}\right)^2}{\sum_{t=1}^{T}\left(x_t - \overline{x}\right)^2}\right]$$

- La précision de la prévision dépend de deux types de facteurs :
  - les facteurs qui l'augmentent : T et $V(x_t)$;
  - ceux qui la rédusient : σ^2 et l'écart quadratique de x_{T+h} par rapport à la moyenne.

- On montre que :

$$\frac{y_{T+h}-\widehat{y}_{T+h}}{\sqrt{\widehat{V}\left(e_{T+h}\right)}}=\frac{e_{T+h}}{\sqrt{\widehat{V}\left(e_{T+h}\right)}}\sim St\left(ddl\right)$$

- On montre que :

$$\frac{y_{T+h}-\widehat{y}_{T+h}}{\sqrt{\widehat{V}\left(e_{T+h}\right)}}=\frac{e_{T+h}}{\sqrt{\widehat{V}\left(e_{T+h}\right)}}\sim St\left(ddl\right)$$

- On montre que :

$$\frac{y_{T+h}-\widehat{y}_{T+h}}{\sqrt{\widehat{V}(e_{T+h})}}=\frac{e_{T+h}}{\sqrt{\widehat{V}(e_{T+h})}}\sim St\,(ddl)$$

- Pour un niveau de significativité α, on construit l'intervalle de confiance des prévisions, l'intervalle pour lequel il existe une forte probabilité de contenir la vraie valeur y_{T+h}, soit :

$$\widehat{y}_{T+h}\pm t_{\alpha/2}\sqrt{\widehat{V}\left(e_{T+h}\right)}$$