

- 1) Soit g la fonction définie sur $D =]-\infty, -2[\cup]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} - 1$. Dresser le tableau de variation de g . En déduire le signe de $g(x), \forall x \in D$
- 2) Soient $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x ; x \in]-\infty; -2] \cup [0; +\infty[$.
- Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et à gauche en (-2). Interpréter les résultats obtenus..
 - Dresser le tableau de variation de f
 - Montrer que la droite $\Delta: y = -2x - 1$ est une asymptote à la courbe φ_f au voisinage de $(-\infty)$.
 - Construire φ_f .
- 3) Soit h la restriction de f à \mathbb{R}_+ .
- Montrer que h réalise une bijection de \mathbb{R}_+ sur un intervalle J à préciser.
 - Expliciter $h^{-1}(x), \forall x \in J$. Construire la courbe C' de h^{-1} .
- 4) a) Montrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{n}$ admet $\forall n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$ Une solution unique $\alpha_n \in \mathbb{R}_+$.
- b) Montrer que la suite (α_n) est décroissante. En déduire qu'elle est convergente .
- c) Soit $l = \lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$. Montrer que $f(l) = 0$. En déduire la valeur de l .