CHAPITRE III

PHENOMENES DEPENDANT DU TEMPS

(Régime quasi-stationnaire)

Le Régime Quasi-Stationnaire ne concerne que les phénomènes variant avec le temps.
Exemple

$i = i_0 \sin\omega t = i_0 \sin 2\pi f t$

$E = E_0 e^{j\omega t} = E_0 e^{j2\pi f t}$

I. LOI DE FARADAY

Loi de Faraday : Quand un *flux magnétique variable* traverse un circuit conducteur fermé, il génère (crée) un courant induit (ou une f.e.m) dans le conducteur. C'est le principe des générateurs.

Remarque : le fonctionnement des générateurs d'électricité (générateurs à courant continu, alternateurs) est basé sur le principe de la loi de Faraday.

1) Induction *B* variable :

Supposons I variable [$I = I_0 \sin(\omega t)$ par exemple].

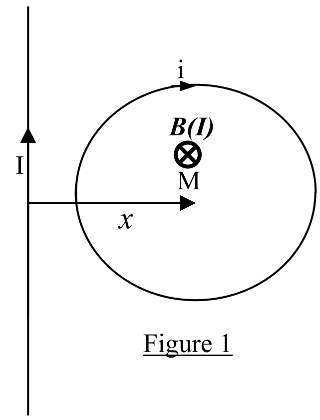


Figure 1

L'induction ***B*** au point quelconque M est $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi\ x} = \dfrac{\mu_0 I_0 \sin(\omega t)}{2\pi\ x}$

Comme l'induction est variable, le flux $\Phi = \int B.dS$ est également variable et génère un courant induit *i* dans la spire.

$i = e/R$ [A];
R : résistance de la spire [Ω];
$e = -\dfrac{d\Phi}{dt}$: Force électromotrice (f.e.m) induite [Volt]

$$\boxed{\text{Loi de Faraday : } e = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Remarque : *e* est appelée f.e.m et non tension, car en électricité la tension apparaît entre deux points différents. On ne peut pas parler de Tension dans une spire fermée.

2) Induction *B* constante :

- Si le courant I est constant, alors l'induction B est constante :

$B(I) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$; $\Phi = \int \boldsymbol{B.dS}$

$\Phi = 0$ et donc pas de courant induit ($e = 0$; $i = 0$)

- Si le courant I constant, mais la spire se déplace à une vitesse v :

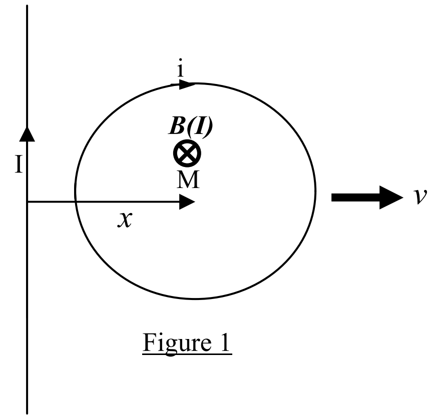
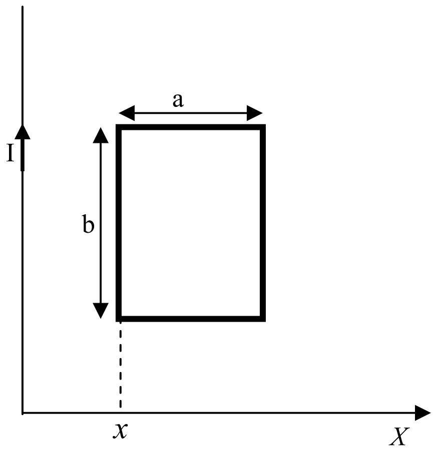


Figure 1

En se déplaçant, puisque la spire s'éloigne du courant I l'induction ***B*** diminue est donc variable. Le flux magnétique qui devient variable induit un courant *i* dans la spire.

EXRCICE 1

Un cadre plan comportant N spires, chacune de surface S, est placé devant un fil rectiligne traversé par un courant variable $I = I_0 \sin \omega t$. Calculer le courant induit dans le cadre.



Solution :

$$\phi = \int \boldsymbol{B}.\boldsymbol{dS} = \int B\, dS$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_0 \sin \omega t}{2\pi x}$$

Le flux traversant le cadre est :

$$\Phi=\int B.dS=\int \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b dx=\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\int_x^{x+a}\frac{dx}{x}=\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}Ln\frac{x+a}{x}$$

Pour N spires : $\Phi=N\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}Ln\frac{x+a}{x}$

La f.e.m induite dans le cadre est :

$$e=-\frac{d\phi}{dt}=-\frac{d}{dt}\left(N\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}Ln\frac{x+a}{x}\right)=-N\frac{\mu_0 b}{2\pi}Ln\frac{x+a}{x}\frac{dI}{dt}=-N\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}Ln\frac{x+a}{x}I_0\omega\cos\omega t$$

$$i_1 = \frac{e}{R} = -N\frac{\mu_0 \quad bI_0\omega}{2\pi R}Ln\frac{x+a}{x} \quad \cos\omega t$$

EXERCICE 2

Le même cadre est placé devant un courant I constant, mais se déplaçant vers la droite avec une vitesse constante *v*.
Déterminer le courant induit dans le cadre.

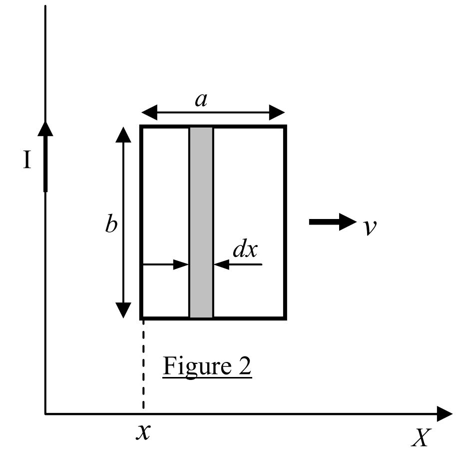


Figure 2

Solution :

$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$; $dS = b\, dx$

Remarque : $dS = dxdy$, mais comme l'induction B varie seulement suivant x, on pose $dS = b\, dx$.

Le flux traversant le cadre est

$$\Phi=N\int B.dS=N\int\frac{\mu_0 I}{2\pi x}bdx=N\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\int_x^{x+a}\frac{dx}{x}=N\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}Ln\frac{x+a}{x}$$

La f.e.m est donnée par :

$$e=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d\Phi}{dx}\frac{dx}{dt}=-v\frac{d\Phi}{dx}$$

$$\frac{d\Phi}{dx}=N\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)=-N\frac{\mu_0 Iba}{2\pi x(x+a)}$$

$$e=N\frac{\mu_0 Ibav}{2\pi x(x+a)}$$

$$i_2 = \frac{e}{R} = N\frac{\mu_0 Ibav}{2\pi x(x+a)R}$$

EXERCICE 3

Le même cadre est placé devant un fil rectiligne traversé par un courant variable qui se déplace vers la droite avec une vitesse *v* constante. Calculer le courant induit dans le cadre.

Solution :

$$i = i_1 + i_2 = -N\frac{\mu_0 b I_0 \omega}{2\pi R} Ln\frac{x+a}{x}\cos\omega t + N\frac{\mu_0 I b a v}{2\pi x(x+a)R}$$

Exemples de la loi de Faraday :

- L'énergie électrique dans les centrales est produite par. Dans les alternateurs, la tension est produite suivant le principe de la loi de Faraday. Le principe est de placer les conducteurs dans un flux magnétique variable.
- Le transformateur ne fonctionne qu'en courant alternatif car pour induire un courant dans l'enroulement secondaire il faut un flux variable.
- Les noyaux de fer utilisés dans les machines à courant alternatif sont constitués de tôles isolées les unes des autres. En effet, le flux étant variable il induit un courant dans le noyau lui-même (courant de Foucault). L'isolant entre les tôles sert à augmenter la résistance pour atténuer le courant. Par contre, les noyaux des machines à courant continu sont des masses compactes, car il n'y a pas de courant induit dans ce cas.
- La foudre peut détériorer des équipements situés à plusieurs km du point d'impact. En effet, le champ magnétique généré par la foudre se propage et induit dans les installations des surtensions pouvant endommager les appareils fragiles.

II. LOI DE LENZ : *(signification du signe "moins")*

Loi de Lenz : "L'induction magnétique propre du courant induit s'oppose à la variation du flux principal".

Exemple : soit un cadre qui se déplace vers la droite à une vitesse v constante. Déterminer le sens de circulation du courant induit dans ce cadre.

L'induction principale ***B(I)*** a un sens entrant dans le cadre. En s'éloignant du courant I le flux qui traverse le cadre diminue (variation = diminution de Φ).
Loi de Lenz : L'induction propre ***B(i)*** du courant induit s'oppose à cette variation (diminution de Φ) et aura le même sens que l'induction principale ***B(I)*** pour augmenter le flux (car l'induction résultante dans le cadre augmente $B_r = B(I) + B(i)$).
Résultat : puisque B(i) a un sens entrant, le courant *i* circule dans le sens ABCD (Règle du tire-bouchon).

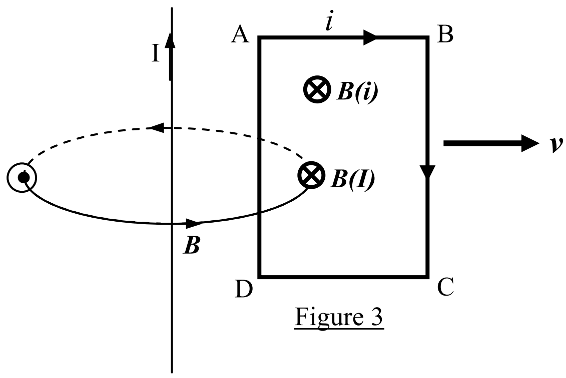


Figure 3

Remarque : Si le cadre se déplace vers le courant le flux cette-fois ci augmente.
Loi de Lenz : L'induction propre ***B(i)*** du courant induit s'oppose à cette variation (augmentation de Φ) et aura le sens opposé à l'induction principale ***B(I)*** pour diminuer le flux (car l'induction résultante dans le cadre diminue $B_r = B(I) - B(i)$).
Résultat : puisque B(i) a un sens sortant, le courant *i* circule dans le sens ADCB.

EXERCICE 3

Soit une spire placée prés d'un fil rectiligne traversé par un courant I (figure 4). Déterminer le sens du courant induit dans la spire dans chaque région du courant.

Solution :

L'induction principale $B(I)$ a un sens sortant.

a) entre 0 et t_0

$I=0 \Rightarrow B=0 \Rightarrow \Phi=0 \Rightarrow$ pas de courant induit $i=0$.

b) entre t_0 et t_1

I augmente $\Rightarrow$ ***B(I)*** augmente $\Rightarrow$ augmentation de Φ.

Le courant induit *i* s'oppose à cette augmentation $\Rightarrow$ ***B(i)*** opposé à ***B(I)*** $\Rightarrow$ ***B(i)*** entrant, donc *i* circule dans le sens ABCD.

c) entre t_1 et t_2

I constant $\Rightarrow$ ***B*** constante $\Rightarrow$ Φ constant $\Rightarrow$

$e=-\dfrac{d\varphi}{dt}=0 \Rightarrow i = 0.$

d) entre t_2 et t_3

I diminue $\Rightarrow$ ***B*** diminue $\Rightarrow$ diminution de Φ;

Le courant induit *i* s'oppose à cette diminution $\Rightarrow$ ***B(i)*** même sens que ***B(I)*** $\Rightarrow$ ***B(i)*** sortant, donc *i* circule dans le sens ADCB.

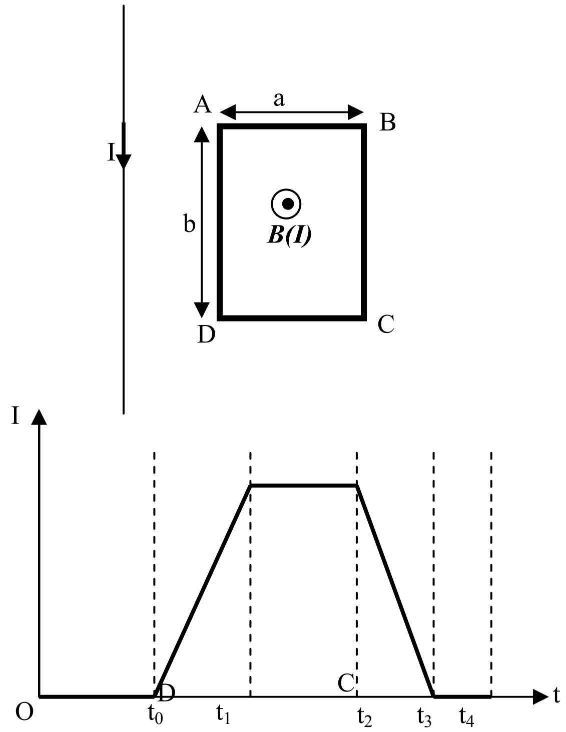


Figure 4

III. FORMES INTEGRALE ET DIFFERENTIELLE

1. Forme intégrale :

Rappel

- *Conducteur rectiligne :*

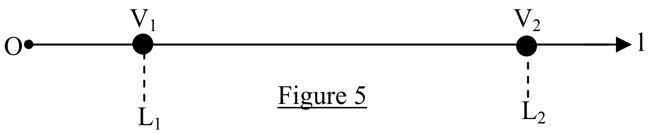


Figure 5

La différence de potentiel U entre deux points d'un conducteur rectiligne est donnée par l'expression suivante :

$$U=V_1-V_2=\int_{L_1}^{L_2}\boldsymbol{E.dl}$$ (voir chapitre 1)

- *Spire non fermée :*

La différence de potentiel d'une spire non fermée est :

$$U_{AB}=V_A-V_B=\int_A^B\boldsymbol{E.dl}$$

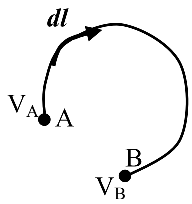


Figure 6

- *Spire fermée :*

$$U=\oint\boldsymbol{E.dl}$$

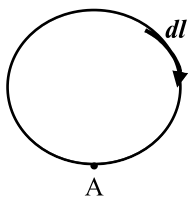


Figure 7

En conséquence, la loi de Faraday peut être mise sous la forme suivante :

$$e=-\frac{d\phi}{dt}=\oint\boldsymbol{E.dl}$$

Comme $\varphi=\int\boldsymbol{B.dS} \Rightarrow$ $\boxed{\oint\boldsymbol{E.dl}=-\dfrac{\partial}{\partial t}\int\boldsymbol{B.dS}}$

Remarque: S'il n'y a pas de f.e.m produite par la loi de Faraday, $U=\oint \mathbf{E.dl}=V_A-V_a=0$. La tension dans une spire fermée est nulle. Pour cette raison, on ne dit pas tension induite dans une spire fermée, mais plutôt une f.e.m induite. En effet, la tension dans une spire fermée doit être obligatoirement nulle, sauf dans le cas d'un f.e.m induite par la loi de Faraday.

2. Forme différentielle :

$$\oint \mathbf{E.dl}=\int_S -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.\mathbf{dS}$$

L'intégrale fermée $\oint \mathbf{E.dl}$ peut être transposée en une intégrale surfacique (voir rappel mathématique) :

$$\oint \mathbf{E.dl}=\int_S rot\mathbf{E.dS}$$

On obtient :

$$\int rot\mathbf{E.dS}=\int -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.\mathbf{dS}$$

La forme différentielle de la loi de Faraday est donc :

$$\boxed{rot\mathbf{E}=-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}}$$

*Remarque : d'après cette équation on peut conclure qu'un champ magnétique variable ($\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$) crée un champ électrique **E.** Ce champ électrique est à l'origine du courant induit. En effet, c'est ce champ qui produit déplacement des charges dans le conducteur et qui est à l'origine du courant induit.*

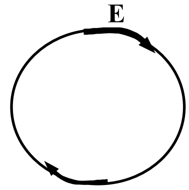


Figure 8

- *Régime stationnaire*: $rot\mathbf{E}=0 \Rightarrow \mathbf{E}$ est non rotationnel. (le champ E ne se referme pas)
- *Régime dépendant du temps RQS* : $rot\mathbf{E}=-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \Rightarrow \mathbf{E}$ est rotationnel (le champ E se referme).

Remarque :
C'est dans le cas seulement de la f.e.m induite par induction magnétique où l'on rencontre un champ électrique fermé.

EXERCICE

En régime stationnaire $\mathbf{E}=-gradV$, démontrer qu'en RQS $\mathbf{E}=-gradV-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$.

Solution :

$$rot\mathbf{E}=-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Comme $\mathbf{B}=rot\mathbf{A}$, il vient que

$$rot\mathbf{E}=-\frac{\partial}{\partial t}rot\mathbf{A}=-rot\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

soit

$$rot\left(\mathbf{E}+\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right)=0$$

Par analogie avec le RS

$rot\mathbf{E}=0 \Rightarrow \mathbf{E}=-gradV$, on pose :

$$\boldsymbol{E}+\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}=-gradV$$

Donc

$$\boldsymbol{E}=-gradV-\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}$$

IV. COMPARAISON ENTRE R.S et R.Q.S

R.S et R.Q.S :

$$\oint \boldsymbol{E.dS}=\frac{q}{\varepsilon}\ ;\ \oint \boldsymbol{H.dl}=I\ ;\ \oint \boldsymbol{B.dS}=0$$

RS seulement $\oint \boldsymbol{E.dl}=0$ soit $rot\boldsymbol{E}=0$

$$\boldsymbol{E}=-gradV$$

R.Q.S seulement : $\oint \boldsymbol{E.dl}=-\frac{\partial}{\partial t}\int \boldsymbol{B.dS}$ soit $rot\boldsymbol{E}=-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$

$$\boldsymbol{E}=-\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}-gradV$$