

## Profil Doppler - Absorption-émission d'un gaz

### TD 04

**Cours** : Signe SEIDELIN, **TD** : Aurore BACMANN

---

## 1 Profil Doppler en fréquence d'une raie d'émission

Une source de lumière est constituée par un gaz monochromatique excité par une décharge électrique. On désigne par  $N$  le nombre d'atomes qui se désexcitent par unité de temps. Chaque atome émet une radiation dont la longueur d'onde, dans le référentiel de l'atome est  $\lambda_0$ . Les radiations se propagent dans la direction de l'observateur selon l'axe  $O_x$ . Les atomes sont soumis à l'agitation thermique et la distribution des vitesses vérifie la statistique de Maxwell-Boltzmann.

**A.** Ecrire la probabilité d'observer un atome avec la vitesse  $v_x$  dans l'intervalle  $dv_x$  dans la direction de l'observateur (que l'on nommera  $f(v_x)dv_x$ ). Aide :  $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x^2) = \sqrt{\pi/\alpha}$  (c'est l'intégrale de Gauss).

**B.** Déterminer la densité spectrale énergétique  $u_\nu(\nu, r)$  de la radiation reçue par l'observateur supposé immobile par rapport à la cellule de gaz et situé à la distance  $r$  de celle-ci. On utilisera la formule non-relativiste de l'effet Doppler.

**C.** Déterminer la densité énergétique en  $r$ .

**D.** Déterminer la largeur à mi-hauteur  $\Delta\nu$  de  $u_\nu(r)$ . Calculer numériquement  $\Delta\nu/\nu$  dans le cas de la raie orange de Krypton 86 pour laquelle  $\lambda_0 = 605,78$  nm.

## 2 Absorption et émission de la lumière par un gaz

Un faisceau de lumière blanche irradie à partir de l'instant  $t = 0$  une cellule contenant un gaz d'atomes dont le nombre par unité de volume est  $N$ . La densité spectrale énergétique  $u_\nu(\nu)$  du faisceau est supposée uniforme dans l'intervalle de 400 à 800 nm et nulle en dehors.

Les atomes sont assimilés à des systèmes à deux niveaux désignés 1 (état fondamental) et 2 (état excité), d'énergie respective  $E_1$  et  $E_2$ , de dégénérescence respective  $g_1$  et  $g_2$ , et de populations respectives  $N_1$  et  $N_2$ . On désigne par  $\tau$  la durée de vie de l'état excité. On pose  $E_2 - E_1 = hc/\lambda_0$ , avec  $\lambda_0$  du domaine visible. On supposera  $N_1$ ,  $N_2$  et  $u_\nu$  spatialement uniformes.

**A.** Rappeler la définition phénoménologique des coefficients d'Einstein  $B_{12}$ ,  $B_{21}$  et  $A_{21}$  relatifs à la transition  $1 \leftrightarrow 2$ , ainsi que les relations les liant entre eux. Quelle relation existe entre  $A_{21}$  et  $\tau$  ?

**B.** Calculer, pour  $t < 0$ , le rapport des populations  $N_2/N_1$ . Evaluer l'ordre de grandeur numérique avec  $\lambda = 500 \text{ nm}$  et  $T = 300 \text{ K}$ .

**C.** Pour  $t \geq 0$ , écrire les équations différentielles qui régissent l'évolution des populations des niveaux 1 et 2. Quel est le temps caractéristique  $\tau'$  de la mise en équilibre du gaz (temps d'établissement du régime stationnaire). Calculer  $N_2/N_1$  en régime stationnaire en fonction de  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $u_\nu(\nu)$  et  $\lambda_0$ .

Dans la suite on considère des atomes de sodium ( $M=23 \text{ g}$ ;  $g_1=2$ ;  $g_2=6$ ;  $\lambda_0=590 \text{ nm}$ ;  $\tau=16 \text{ ns}$ .)

**D.** Le faisceau transporte un flux lumineux  $\Phi=100 \text{ W.cm}^{-2}$ . Calculer  $u_\nu(\nu)$  ainsi que les rapports  $N_1/N_2$ ,  $N_1/N$ , et  $N_2/N$ . Comparer  $\tau$  et  $\tau'$ . Lequel des deux processus d'émission domine dans cet exemple? Quelle devrait être la valeur de  $\Phi$  pour que les deux processus soient du même ordre de grandeur? Commenter.

**E.** Calculer la puissance moyenne prélevée sur le faisceau incident par atome de gaz. Quel est le nombre moyen de cycles émission-absorption subis par atome en une seconde? Quel est le temps moyen d'un cycle? Quel est la fraction de temps moyenne passée dans l'état excité? Du point de vue macroscopique, que peut-on dire de l'énergie totale de l'ensemble des atomes du gaz en régime permanent?

**F.** Ecrire l'expression de la distribution de Maxwell-Boltzmann déterminée dans l'exercice 1 en généralisant pour une vitesse selon un axe quelconque  $Ou$ . On néglige la largeur naturelle de la transition et l'on suppose que les conditions sont très éloignées du régime de saturation. Dessiner qualitativement  $u_\nu(\nu)$  à la sortie de la cellule. Donner l'expression pour la largeur à mi-hauteur de la raie d'absorption  $\Delta\nu$  ainsi que  $\Delta\nu/\nu_0$ . Les calculer numériquement pour  $T=450 \text{ K}$ .

**G.** Calculer approximativement la valeur de  $N$  telle que 1% des photons dont la fréquence appartient à la bande  $\Delta\nu$  soient prélevés. On négligera l'absorption par les atomes dont la vitesse est telle que la fréquence des photons absorbés (mesurée dans le référentiel du laboratoire) est située en dehors de  $\Delta\nu$ . En déduire la pression partielle de sodium dans la cellule en Torr. Décrire qualitativement les phénomènes internes à la cellule ainsi que la lumière de fluorescence observée latéralement lorsque la pression partielle de sodium augmente.