


<p>NOTE DE CALCUL</p> 	Réf document :	<i>SX001a-FR-EU</i>	Page	<i>1</i>	de	<i>8</i>
	Titre	<i>Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement</i>				
	Réf Eurocode	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Réalisé par	<i>Alain Bureau</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		
	Vérfié par	<i>Yvan Galéa</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		

Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement

Cet exemple détaille la vérification d'une poutre homogène simple soumise à une charge uniformément répartie. La poutre n'est maintenue latéralement qu'aux points d'appui.

1 Application

Cet exemple couvre le cas d'une poutre constituée d'un profilé laminé en I, en flexion par rapport à son axe fort et maintenue latéralement uniquement aux points d'appui. Cet exemple comprend :

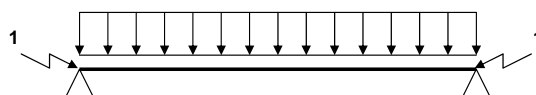
- la classification de la section transversale,
- le calcul de la résistance en flexion, ainsi que le calcul précis du moment critique de déversement élastique,
- le calcul de la résistance au cisaillement,
- le calcul de la flèche à l'état limite de service.

Cet exemple ne comprend pas la vérification de la résistance de l'âme au voilement par cisaillement.

Charge

La charge uniformément répartie se compose :

- du poids propre de la poutre
- de la dalle en béton
- des charges d'exploitation



1 : Maintien latéral


Coefficients partiels de sécurité

- $\gamma_G = 1,35$ (charges permanentes)
- $\gamma_Q = 1,50$ (charges variables)
- $\gamma_{M0} = 1,0$
- $\gamma_{M1} = 1,0$

EN 1990

EN 1993-1-1

[§ 6.1](#) (1)

<p>NOTE DE CALCUL</p> 	Réf document :	<i>SX001a-FR-EU</i>	Page	2	de	8
	Titre	<i>Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement</i>				
	Réf Eurocode	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Réalisé par	<i>Alain Bureau</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		
	Vérifié par	<i>Yvan Galéa</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		

Données de départ

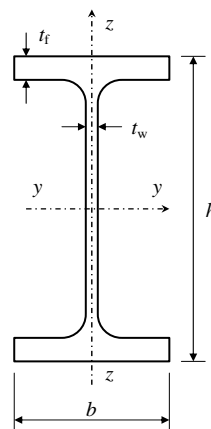
Calcul d'une poutre secondaire non mixte d'un plancher de bâtiment multi-étagé, en fonction des données fournies ci-dessous. On considère que la poutre n'est maintenue latéralement qu'à ses extrémités.

- Portée : 5,70 m
- Distance entre poutres : 2,50 m
- Épaisseur de la dalle : 12 cm
- Cloisons : 0,75 kN/m²
- Charges d'exploitation : 2,50 kN/m²
- Densité du béton : 24 kN/m³
- Nuance d'acier : S235

Poids de la dalle : $0,12 \times 24 \text{ kN/m}^3 = 2,88 \text{ kN/m}^2$


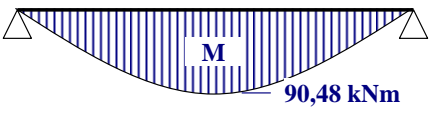
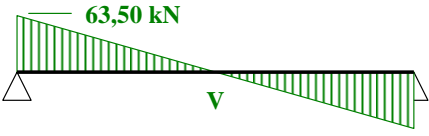
Considérons un profilé IPE 330 – Nuance d'acier S235


Hauteur h	$h = 330 \text{ mm}$
Largeur b	$b = 160 \text{ mm}$
Épaisseur de l'âme	$t_w = 7,5 \text{ mm}$
Épaisseur de l'aile	$t_f = 11,5 \text{ mm}$
Congé de raccordement	$r = 18 \text{ mm}$
Masse	$49,1 \text{ kg/m}$



Aire de la section	$A = 62,6 \text{ cm}^2$
Moment d'inertie par rapport à l'axe y-y	$I_y = 11770 \text{ cm}^4$
Moment d'inertie par rapport à l'axe z-z	$I_z = 788,1 \text{ cm}^4$
Inertie de torsion	$I_t = 28,15 \text{ cm}^4$
Inertie de gauchissement	$I_w = 199100 \text{ cm}^6$
Module élastique par rapport à l'axe y-y	$W_{el,y} = 713,1 \text{ cm}^3$
Module plastique par rapport à l'axe y-y	$W_{el,y} = 804,3 \text{ cm}^3$

Euronorme
19-57

<p>NOTE DE CALCUL</p> 	Réf document :	<i>SX001a-FR-EU</i>	Page	3	de	8
	Titre	<i>Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement</i>				
	Réf Eurocode	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Réalisé par	<i>Alain Bureau</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		
	Vérifié par	<i>Yvan Galéa</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		
<p>Poids propre de la poutre : $(49,1 \times 9,81) \times 10^{-3} = 0,482 \text{ kN/m}$</p> <p>Charges permanentes :</p> $G = 0,482 + (2,88 + 0,75) \times 2,50 = 9,56 \text{ kN/m}$ <p>Charges variables (Charges d'exploitation) :</p> $Q = 2,5 \times 2,5 = 6,25 \text{ kN/m}$ <p><u>Combinaison à l'ELU (Etat Limite Ultime) :</u></p> $\gamma_G G + \gamma_Q Q = 1,35 \times 9,56 + 1,50 \times 6,25 = 22,28 \text{ kN/m}$ <p>Diagramme du moment</p>  <p>Moment maximal à mi-portée :</p> $M_{y,Ed} = 0,125 \times 22,28 \times 5,70^2 = 90,48 \text{ kNm}$ <p>Diagramme de l'effort tranchant</p>  <p>Effort tranchant maximal aux appuis :</p> $V_{z,Ed} = 0,5 \times 22,28 \times 5,70 = 63,50 \text{ kN}$ <p><u>Limite d'élasticité</u></p> <p>Nuance d'acier S235</p> <p>L'épaisseur maximale est de 11,5 mm < 40 mm, donc : $f_y = 235 \text{ N/mm}^2$</p> <p><u>Remarque</u> : L'Annexe Nationale peut imposer soit les valeurs de f_y tirées du Tableau 3.1, soit celles données par la norme « produits ».</p>						
						EN 1990 § 6.4.3.2
						EN 1993-1-1 Tableau 3.1

<p style="text-align: center;">NOTE DE CALCUL</p> 	Réf document :	<i>SX001a-FR-EU</i>	Page	<i>4</i>	de	<i>8</i>
	Titre	<i>Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement</i>				
	Réf Eurocode	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Réalisé par	<i>Alain Bureau</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		
	Vérifié par	<i>Yvan Galéa</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		

Classification de la section :

Le paramètre ε est fonction de la limite d'élasticité : $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y \text{ [N/mm}^2\text{]}}} = 1$

Aile « en console » : aile soumise à un effort de compression uniforme

$$c = (b - t_w - 2 r) / 2 = (160 - 7,5 - 2 \times 18) / 2 = 58,25 \text{ mm}$$

$$c / t_f = 58,25 / 11,5 = 5,07 \leq 9 \quad \varepsilon = 9 \quad \text{Classe 1}$$

Partie interne comprimée : âme en flexion pure

$$c = h - 2 t_f - 2 r = 330 - 2 \times 11,5 - 2 \times 18 = 271 \text{ mm}$$

$$c / t_w = 271 / 7,5 = 36,1 < 72 \quad \varepsilon = 72 \quad \text{Classe 1}$$

La classe de la section transversale correspond à la plus élevée (c.-à-d. la moins favorable) des classes de l'aile et de l'âme, en l'occurrence :

Classe 1

Ainsi, les vérifications à l'ELU doivent se référer à la résistance plastique de la section transversale, puisque celle-ci est de classe 1

Moment résistant

La résistance en flexion d'une section transversale s'obtient par :

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} = (804,3 \times 235 / 1,0) / 1000$$


$$M_{c,Rd} = 189,01 \text{ kNm}$$

$$M_{y,Ed} / M_{c,Rd} = 90,48 / 189,01 = 0,479 < 1 \quad \mathbf{OK}$$

EN 1993-1-1
[Tableau 5.2](#)
(feuille 2)

EN 1993-1-1
[Tableau 5.2](#)
(feuille 1)

EN 1993-1-1
[§ 6.2.5](#)

<p style="text-align: center;">NOTE DE CALCUL</p> 	Réf document :	<i>SX001a-FR-EU</i>	Page	<i>5</i>	de	<i>8</i>
	Titre	<i>Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement</i>				
	Réf Eurocode	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Réalisé par	<i>Alain Bureau</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		
	Véifié par	<i>Yvan Galéa</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		

Coefficient de réduction pour le déversement

Pour calculer le moment résistant au déversement d'une poutre non maintenue latéralement, il faut déterminer le coefficient de réduction pour le déversement. Le calcul qui suit permet de déterminer ce coefficient en calculant le moment critique de déversement élastique.

Moment critique de déversement

Le moment critique se calcule à partir de la formule suivante :

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k L)^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k L)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2} - C_2 z_g \right\}$$

avec E , le module d'élasticité : $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

G , le module de cisaillement : $G = 80770 \text{ N/mm}^2$

L , la portée : $L = 5,70 \text{ m}$

Dans la formule du M_{cr} , on peut considérer l'hypothèse suivante :

$k = 1$ puisque l'aile en compression est libre en rotation autour de l'axe faible de la section transversale,

$k_w = 1$ puisqu'aucun dispositif n'empêche le gauchissement aux extrémités de la poutre.

z_g est la distance du point d'application de la charge au centre de cisaillement:

$$z_g = h / 2 = +165 \text{ mm}$$

(z_g est positif lorsque la charge s'applique en direction du centre de cisaillement)

Les coefficients C_1 et C_2 s'obtiennent à partir du diagramme du moment.


Dans le cas d'une charge uniformément répartie, et pour $k = 1$, on obtient :

$$C_1 = 1,127$$

$$C_2 = 0,454$$

Voir [SN003](#)

Voir [SN003](#)

<p style="text-align: center;">NOTE DE CALCUL</p> 	Réf document :	<i>SX001a-FR-EU</i>	Page	6	de	8
	Titre	<i>Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement</i>				
	Réf Eurocode	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Réalisé par	<i>Alain Bureau</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		
	Vérifié par	<i>Yvan Galéa</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		

Ainsi :

$$\frac{\pi^2 E I_z}{(k L)^2} = \frac{\pi^2 \times 210000 \times 788,1 \times 10^4}{(5700)^2} \times 10^{-3} = 502,75 \text{ kN}$$

$$C_2 z_g = 0,454 \times 165 = + 74,91 \text{ mm}$$

$$M_{cr} = 1,127 \times 502,75 \times \dots$$

$$\left\{ \sqrt{\frac{199100}{788,1} \times 100 + \frac{80770 \times 281500}{502750} + (74,91)^2} - 74,91 \right\} \cdot 10^{-3}$$

$$M_{cr} = 113,9 \text{ kNm}$$

Élancement réduit

L'élancement réduit s'obtient à partir de la formule suivante :

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{804300 \times 235 \times 10^{-6}}{113,9}} = 1,288$$

Dans le cas de profilés laminés, $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$

Remarque : l'Annexe Nationale peut également donner la valeur de $\bar{\lambda}_{LT,0}$.
La valeur recommandée est de 0,4.

Donc $\bar{\lambda}_{LT} = 1,288 > \bar{\lambda}_{LT,0}$

Coefficient de réduction

Dans le cas d'un profilé laminé, le coefficient de réduction pour le déversement se calcule de la façon suivante :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{but} \quad \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$$

$$\text{où : } \phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

EN 1993-1-1


[§ 6.3.2.2](#) (1)


EN 1993-1-1

[§ 6.3.2.3](#)(1)

EN 1993-1-1

[§ 6.3.2.3](#) (1)

<p style="text-align: center;">NOTE DE CALCUL</p> 	Réf document :	<i>SX001a-FR-EU</i>	Page	7	de	8
	Titre	<i>Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement</i>				
	Réf Eurocode	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Réalisé par	<i>Alain Bureau</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		
	Vérifié par	<i>Yvan Galéa</i>	Date	<i>Déc 2004</i>		
<p>α_{LT} est le facteur d'imperfection pour le déversement. Lorsque l'on applique la méthode pour les profilés laminés, il faut choisir la courbe de déversement à partir du Tableau 6.5 :</p> <p>Pour $h/b = 330 / 160 = 2,06 > 2 \rightarrow$ Courbe c ($\alpha_{LT} = 0,49$)</p> <p>$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$ et $\beta = 0,75$</p> <p>Remarque : L'Annexe Nationale peut donner les valeurs de $\bar{\lambda}_{LT,0}$ et de β. Les valeurs recommandées sont respectivement 0,4 et 0,75.</p> <p>On obtient : $\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + 0,49 (1,288 - 0,4) + 0,75 \times (1,288)^2 \right] = 1,340$</p> <p>et : $\chi_{LT} = \frac{1}{1,340 + \sqrt{(1,340)^2 - 0,75 \times (1,288)^2}} = 0,480$</p> <p>On vérifie ensuite : $\chi_{LT} = 0,480 < 1,0$ OK</p> <p>et : $\chi_{LT} = 0,480 < 1 / \bar{\lambda}_{LT}^2 = 0,603$ OK</p> <p>Le facteur f permet de prendre en compte l'influence de la distribution du moment sur le moment de résistance au déversement de la poutre :</p> $f = 1 - 0,5 (1 - k_c) \left[1 - 2 (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \text{ mais } \leq 1$ <p>où : $k_c = 0,94$</p> <p>Donc : $f = 1 - 0,5 (1 - 0,94) [1 - 2 (1,288 - 0,8)^2] = 0,984$</p> <p>On obtient : $\chi_{LT,mod} = \chi_{LT} / f = 0,480 / 0,984 = 0,488$</p> <p><u>Moment de résistance au déversement</u></p> $M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} W_{pl,y} f_y / \gamma_{M1}$ $M_{b,Rd} = (0,488 \times 804300 \times 235 / 1,0) \times 10^{-6} = 92,24 \text{ kNm}$ $M_{y,Ed} / M_{b,Rd} = 90,48 / 92,24 = 0,981 < 1$ OK <p><u>Résistance au cisaillement</u></p> <p>En l'absence de torsion, la résistance plastique au cisaillement dépend de l'aire de cisaillement, qui se calcule grâce à l'expression suivante :</p> $A_{v,z} = A - 2 b t_f + (t_w + 2 r) t_f$ $A_{v,z} = 6260 - 2 \times 160 \times 11,5 + (7,5 + 2 \times 18) \times 11,5 = 3080 \text{ mm}^2$	<p>EN 1993-1-1 Tableau 6.5 Tableau 6.3</p> <p>EN 1993-1-1 § 6.3.2.3 (2)</p> <p>EN 1993-1-1 Tableau 6.6</p> <p>EN 1993-1-1 § 6.3.2.1</p> <p>EN 1993-1-1 § 6.2.6 (3)</p>					

<p style="text-align: center;">NOTE DE CALCUL</p> 	Réf document :	<i>SX001a-FR-EU</i>	Page	8	de	8	
	Titre	<i>Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement</i>					
	Réf Eurocode	<i>EN 1993-1-1</i>					
	Réalisé par	<i>Alain Bureau</i>	Date	<i>Déc 2004</i>			
	Véifié par	<i>Yvan Galéa</i>	Date	<i>Déc 2004</i>			
<p>Résistance plastique au cisaillement</p> $V_{pl,z,Rd} = \frac{A_{v,z} (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = \frac{3080 \times (235 / \sqrt{3})}{1,0} = 417,9 \text{ kN}$ $V_{z,Ed} / V_{pl,z,Rd} = 63,50 / 417,9 = 0,152 < 1 \quad \mathbf{OK}$ <p>Remarquons qu'il n'est pas nécessaire de vérifier la résistance au voilement par cisaillement lorsque :</p> $h_w / t_w \leq 72 \varepsilon / \eta$ <p>Par sécurité on peut prendre $\eta = 1,0$</p> $h_w / t_w = (330 - 2 \times 11,5) / 7,5 = 40,9 < 72 \times 1 / 1,0 = 72$ <p>Remarque : Il n'est pas nécessaire de prendre en considération l'interaction entre <i>l'effort tranchant</i> et le <i>moment</i>, puisque le moment maximal est obtenu à mi-portée, et que l'effort tranchant maximal est obtenu aux appuis. De manière générale, se reporter à EN1993-1-1 § 6.2.8 pour étudier les effets combinés de la flexion et du cisaillement.</p> <p><u>Vérification à l'Etat Limite de Service</u></p> <p>Combinaison à l'ELS</p> $G + Q = 9,56 + 6,25 = 15,81 \text{ kN/m}$ <p>Flèche résultant de $G+Q$:</p> $w = \frac{5(G+Q)L^4}{384EI_y} = \frac{5 \times 15,81 \times (5700)^4}{384 \times 210000 \times 11770 \times 10^4} = 8,8 \text{ mm}$ <p>La flèche résultant de $(G+Q)$ est de $L/648$ – OK</p> <p>Remarque : Le client devrait spécifier la flèche maximale admissible. L'Annexe Nationale peut préciser des valeurs limites. Dans le cas présent, on peut considérer que les résultats sont pleinement satisfaisants.</p> <p>Remarque 2 : Pour ce qui a trait aux vibrations, l'Annexe Nationale peut spécifier des limites concernant leur fréquence. Dans le cas qui nous préoccupe, la flèche totale est tellement faible que le problème de vibration ne se pose pas.</p>							EN 1993-1-1 § 6.2.6 (2)
							EN 1993-1-1 § 6.2.6 (6)
							EN 1990 § 6.5.3
							EN 1993-1-1 § 7.2.1
							EN 1993-1-1 § 7.2.3

Enregistrement de la qualité

TITRE DE LA RESSOURCE	Exemple: Poutre simplement appuyée non maintenue latéralement		
Référence(s)			
DOCUMENT ORIGINAL			
	Nom	Société	Date
Créé par	Alain Bureau	CTICM	
Contenu technique vérifié par	Yvan Galéa	CTICM	
Contenu rédactionnel vérifié par	D C Iles	SCI	2/3/05
Contenu technique approuvé par les partenaires STEEL :			
1. Royaume-Uni	G W Owens	SCI	1/3/05
2. France	A Bureau	CTICM	1/3/05
3. Suède	A Olsson	SBI	1/3/05
4. Allemagne	C Mueller	RWTH	1/3/05
5. Espagne	J Chica	Labein	1/3/05
Ressource approuvée par le Coordonnateur technique	G W Owens	SCI	21/05/06
DOCUMENT TRADUIT			
Traduction réalisée et vérifiée par :		eTeams International Ltd	
Ressource traduite approuvée par :		CTICM	28/06/05