CHAPITRE 3

Puissances

Choix pédagogiques

1. Le point sur les classes précédentes

En 6^{e}, les élèves doivent savoir multiplier ou diviser un nombre par 10, 100, 1 000 et multiplier un nombre par 0,1 ; 0,01 ; 0,001.

En 5^{e}, ils apprennent à calculer le carré et le cube d'un nombre et font l'acquisition des priorités opératoires.

Dans les deux premiers chapitres du manuel :

- les élèves ont étudié la multiplication des nombres relatifs entiers puis en écritures fractionnaires ;
- l'inverse d'un nombre relatif non nul est défini, ce qui permettra d'introduire dans ce chapitre la puissance négative d'un nombre relatif non nul.

Ce chapitre sera également l'occasion de réinvestir certaines connaissances :

- du programme de 6^{e} : les ordres de grandeur, les comparaisons, les unités de longueur et de masse, les aires et les volumes ;
- du programme de 5^{e} : la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

2. Puissances entières d'un nombre relatif

• L'activité **1** permet de découvrir, au travers d'une situation concrète, la nécessité d'utiliser une nouvelle notation pour décrire le produit de plusieurs facteurs égaux à un même nombre. La question **b.** est l'occasion de rappeler les notations « carré » et « cube » et permet d'inciter les élèves à utiliser des notations similaires pour un exposant égal à 7.

On pourra, à la fin de cette activité, formaliser la notion de puissance en présentant la définition de a^n où a est un entier relatif et n un entier supérieur ou égal à 2.

• L'activité **2** a pour objectif de faire découvrir le produit de deux puissances positives d'un même nombre pour pouvoir définir, dans l'activité **3**, la puissance négative d'un nombre. En effet, d'après le document d'accompagnement *Ressources pour faire la classe au collège et au lycée*, on peut lire, dans la partie « Le calcul numérique au collège » : « la signification de a^{-n} (n entier positif) est définie de façon à ce que la propriété $a^n \times a^p = a^{n+p}$ mise en place pour des exposants positifs soit étendue à tout exposant entier relatif. Ainsi : $a^n \times a^{-n} = a^0 = 1$. On en déduit que : $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ ».

À l'activité **2**, il s'agit donc de présenter la règle $a^n \times a^p = a^{n+p}$ lorsque n et p sont des nombres entiers positifs.

Le programme n'invite pas à mémoriser ces règles de calculs, il s'agit donc de donner les outils nécessaires aux élèves pour leur permettre de comprendre et d'utiliser cette formule en se référant à la définition d'une puissance. En effet, d'après le même document d'accompagnement : « Plutôt que de mémoriser les formules donnant le produit de deux puissances d'un même nombre, les élèves doivent être à même de les reconstruire simultanément en recourant à la définition de la puissance d'un nombre et aux propriétés « en acte » de la multiplication. Par exemple, l'élève doit être capable de retrouver instantanément que $a^n \times a^p = a^{n+p}$ où n et p sont des naturels, en mettant en œuvre le raisonnement suivant : effectuer le produit de n facteurs égaux à a par le produit de p facteurs tous égaux à a revient à effectuer le produit de n+p facteurs tous égaux à a, soit sur des lettres ayant le statut d'indéterminée, soit un utilisant un exemple générique. »

Les élèves sont amenés dans la question **a.** à réinvestir la définition d'une puissance pour pouvoir effectuer la multiplication. Ils doivent ensuite se confronter à une copie d'élève et comprendre les erreurs éventuelles en utilisant un raisonnement analogue à celui de la question **a**.

On formalisera la règle permettant de multiplier deux puissances positives d'un même nombre à la question **d.** à l'écrit et à l'oral en utilisant éventuellement des lettres représentant des exposants positifs quelconques.

• À l'activité **3**, on définit a^{-n} où n est un entier relatif en utilisant la reconnaissance de deux nombres inverses à ce que leur produit est égal à 1.

• À l'activité **4**, on étend les règles de priorité opératoire vues en 5^{e} aux calculs comportant des puissances. Dans un premier temps, les élèves pourront remplacer chaque calcul de puissance par un produit afin d'utiliser les règles de priorité connues. Le professeur pourra, à la fin de cette activité, leur demander d'énoncer une règle, à l'oral, permettant de calculer une expression comportant des puissances, des additions et des soustractions, des parenthèses et des multiplications ou des divisions.

• L'activité **5** permet de découvrir et éventuellement d'énoncer toutes les règles de calculs sur les puissances en donnant toujours du sens aux calculs effectués.

3. Cas particulier des puissances de 10

• À l'activité **6**, la première question doit permettre aux élèves de faire le lien entre la valeur de l'exposant et le nombre de « 0 » présents dans l'écriture décimale, puis les élèves pourront utiliser les règles de multiplication par 10 ; 100 ; 1 000 ; 0,1 ; 0,01 ; 0,001… pour multiplier les nombres décimaux par des puissances de 10.

Il s'agit ensuite, dans la question **b.** de « passer » de l'écriture décimale à une écriture utilisant des puissances. L'utilisation d'exemples concrets permet de plus, de mettre en évidence l'utilité des puissances de 10 pour décrire de très grands nombres ou de très petits nombres.

• À l'activité **7**, on propose d'appliquer les règles de calculs sur les puissances au cas particulier des puissances de 10. On formalisera en **j.** ces règles de calculs en utilisant des formules où m et n désigneront des nombres relatifs quelconques.

• L'activité **8** a pour objectif de montrer qu'un nombre (non nul) admet plusieurs écritures de la forme $a \times 10^n$ avec a décimal et n entier relatif. Parmi toutes ces écritures, l'une d'elles est l'écriture scientifique. On montre de plus l'utilité de cette écriture pour :

• comparer des nombres de la forme $a \times 10^n$;

• déterminer des ordres de grandeur.

4. Savoir-faire

• L'énoncé **1** permet de travailler sur les différentes écritures d'un nombre.

On transforme tout d'abord une écriture avec une puissance de 10 en écriture décimale et, dans la question **b.** une écriture décimale puis une écriture avec une puissance de 10 en écriture scientifique.

• L'énoncé **2** permet de donner des méthodes de calculs. La question **b.**, plus difficile à effectuer par les élèves, nécessite, au cours du calcul, une bonne maîtrise du « passage » entre les différents types d'écritures.

On impose, de plus, selon les questions, différents types d'écriture des réponses afin de sensibiliser les élèves sur la forme du résultat demandé.

• À l'énoncé **3**, il s'agit de donner un ordre de grandeur du produit de deux nombres décimaux en utilisant les écritures scientifiques de chacun de ces nombres.

• L'énoncé **4** utilise la calculatrice pour calculer :

– la puissance entière d'un nombre relatif ;

– la somme de nombres de la forme $a \times 10^n$;

– une puissance de puissance.

On présente également les touches permettant d'obtenir l'écriture scientifique d'un résultat.

5. Compléments

• Les différentes écritures d'un nombre décimal avec des nombres utilisant des puissances de 10 et en particulier l'écriture scientifique d'un nombre ne sont pas au socle commun de compétences de 4^{e}.

• On présente, dans les exercices d'application et d'approfondissement de nombreux problèmes concrets permettant aux élèves de comprendre la réelle utilité des puissances pour calculer avec de très grands ou de très petits nombres.

• On propose, dans l'exercice 107 p. 69, une autre méthode pour transformer des écritures comportant des puissances de 10. Cet exercice peut éventuellement servir de remédiation pour les élèves en difficulté.

Corrigés

1. Devinettes

• Devinette*

1er jour : 1 feuille

2e jour : 1×3 soit 3 feuilles

3e jour : 3×3 soit 9 feuilles

4e jour : 9×3 soit 27 feuilles

10e jour : $\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{27 \times 3}_{5^e\text{ j}} \times 3}_{6^e\text{ j}} \times 3}_{7^e\text{ j}} \times 3}_{8^e\text{ j}} \times 3}_{9^e\text{ j}} \times 3}_{10^e\text{ j}} = 19\,683$

• Devinette***

$8^2 = 8 \times 8 = 64$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

$64 : 2 = 32$

$32 - 3 = 29$

J'ai 8 ans, ma sœur a 4 ans, mon père a 32 ans et ma mère a 29 ans.

2. Je vérifie mes acquis

1. Bonne réponse : b.

Le produit de 5 facteurs égaux à 2 est :

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

2. Bonne réponse : a.

5^2 signifie 5×5.

3. Bonne réponse : a.

4^3 signifie $4 \times 4 \times 4$.

4. Bonne réponse : c.

0,333 est une valeur approchée de l'inverse de 3, mais pas la valeur exacte.

5. Bonne réponse : b.

Lorsqu'on multiplie un nombre par 1 000, son chiffre des unités devient le chiffre des milliers :

$$0{,}004\,3 \times 1\,000 = 000\,4{,}3 = 4{,}3$$

6. Bonne réponse : b.

Lorsqu'on multiplie un nombre par 0,01, son chiffre des unités devient le chiffre des centièmes.

$$142{,}54 \times 0{,}01 = 1{,}425\,4$$

7. Bonne réponse : b.

$0{,}001 \times 1\,000 = 1$ donc diviser par 0,001 revient à multiplier par son inverse, 1 000.

8. a. 81 **b.** –125 **c.** –100 000

9. a. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ cm² **b.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ cm³

10. a. 100 000 **b.** 1 000 000 **c.** 100 **d.** 1

11. a. 1,354 **b.** 0,058 **c.** 4 150 **d.** 1,25

12. a. 1 250 hL = 125 000 L

b. 4 256 dam² = 12 560 000 dm²

c. 223 mm³ = 0,000 223 dm³

3. Activités

1 **a.** $1 \times 3 \times 3 = 9$ $9 \times 3 = 27$

$27 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2\,187$

9 personnes apprendront cette nouvelle à 10 h, 27 personnes à 11 h et 2 187 à 15 h.

b. $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 1\,594\,323$

À partir de 21 h, plus d'un million de personnes apprendront cette nouvelle.

2 **a.** $8^3 \times 8^4 = \underbrace{8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8}_{7\text{ facteurs égaux à }8} = 8^7$

b. • $3^5 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$

• $(-2)^3 \times (-2)^7$

$= (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

$= (-2)^{10}$

• $5^3 \times 5^6 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^9$

c. $A = 4^6 = C = F$ $B = 4^8 = D$

d. Pour multiplier deux puissances d'un même nombre, on additionne les exposants.

3 **a.** $3^{-2} \times 3^2 = 3^0$

$\frac{1}{3^2} = 3^{-2}$

b. $a^{-n} \times a^n = a^{-n+n} = a^0 = 1$ donc l'inverse de a^n est a^{-n}

ainsi $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

c. $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{125} = 0{,}008$

4 **a.** 16 **b.** –16 **c.** $-\frac{27}{64}$ **d.** 128

e. 512 **f.** –24 **g.** –8 **h.** $-\frac{9}{25} = -0{,}36$

5 $A = 4^3$ $B = 3^{-4}$ $C = 8^3$ $D = 9^{-2}$ $E = 7^5$ $F = 6^{-3}$

6 **1. a.** 1 000 **b.** 10 **c.** 100 000 **d.** 1

e. 0,01 **f.** 0,000 01 **g.** 20 000 **h.** 500 000

i. 0,35 **j.** 0,738 **k.** 0,000 08

2. a. 10^5 **b.** 10^{-6} **c.** 10^{-5}

7 **a.** 10^5 **b.** 10^2 **c.** 10^{-3} **d.** 10^2 **e.** 10^3

f. 10^7 **g.** 10^6 **h.** 10^{-3} **i.** 10^{-6}

j. • 10^{m+n} • 10^n • 10^{m-n} • $10^{m \times n}$

8 **1. a.** Les trois élèves ont raison.

b. Mars : $0{,}21 \times 10^9$ km $= 2{,}1 \times 10^{-1} \times 10^9$ km

$= 2{,}1 \times 10^8$ km.

Mercure : $4{,}6 \times 10^7$ km.

Saturne : $1\,350 \times 10^6$ km $= 1{,}35 \times 10^3 \times 10^6$ km

$= 1{,}35 \times 10^9$ km.

Terre : $14{,}7 \times 10^7$ km $= 1{,}47 \times 10 \times 10^7$ km $= 1{,}47 \times 10^8$ km.

Vénus : $1\,075 \times 10^5$ km $= 1{,}075 \times 10^3 \times 10^5$ km

$= 1{,}075 \times 10^8$ km.

c. Mercure – Vénus – Terre – Mars – Saturne.

2. Grain de sable : 0,000 232 m $= 2{,}32 \times 10^{-4}$ m soit environ 2×10^{-4} m.

Vénus : 87 nm $= 8{,}7 \times 10 \times 10^{-9}$ m $= 8{,}7 \times 10^{-8}$ m soit environ 9×10^{-8} m.

Électron : $56\,358 \times 10^{-19}$ m $= 5{,}635\,8 \times 10^4 \times 10^{-19}$ m
$= 5{,}635\,8 \times 10^{-15}$ m

soit environ 6×10^{-15} m.

4. Je m'exerce

1 **a.** 0,012 34 **b.** 1 570 000
c. 0,000 58 **d.** 4,5

2 **a.** $0{,}024\,58 \times 10^5$ **b.** 658×10^5
c. $0{,}008\,894\,5 \times 10^5$ **d.** $0{,}54 \times 10^5$

3 Les quatre élèves ont raison.

4 **a.** $6{,}952 \times 10^4$ **b.** $2{,}57 \times 10^{-1}$
c. $5{,}62 \times 10^2 \times 10^5 = 5{,}62 \times 10^7$
d. $1{,}69 \times 10^{-2} \times 10^{-2} = 1{,}69 \times 10^{-4}$
e. $8{,}756 \times 10 \times 10^{-4} = 8{,}756 \times 10^{-3}$
f. $3{,}78 \times 10^{-1} \times 10^{11} = 3{,}78 \times 10^{10}$

5 **a.** A = 0,000 009 **b.** $A = 9 \times 10^{-6}$

6 B = 0,001 125

7 $C = 781{,}4 \times 10^{-2} \times 10^{-7} - 20 \times 10^{-7}$
$= (7{,}814 - 20) \times 10^{-7}$
$= -1{,}218\,6 \times 10^{-6}$

8 $D = 6{,}25 \times 10^{-4}$ $E = 7{,}55 \times 10^{10}$

9 $2{,}66 \times 10^{-23}$ g $+ 2 \times 1{,}67 \times 10^{-24}$ g
c'est-à-dire $2{,}994 \times 10^{-23}$ g.

10 $A = 4{,}2 \times 10^{-12}$ donc un ordre de grandeur de A est 4×10^{-12}.
$B = 1{,}954\,8 \times 10^{18}$ donc un ordre de grandeur de B est 2×10^{18}.
Donc un ordre de grandeur de :
- $A \times B$ est 8×10^6 soit 8 000 000
- $\dfrac{A}{B}$ est 2×10^{-30}

11 Un ordre de grandeur de la masse de la Terre est 6×10^{24} kg et du Soleil, 2×10^{30} kg.
$\dfrac{2 \times 10^{30}}{6 \times 10^{24}} \approx 0{,}33 \times 10^6$
Donc Chris a tort. Le Soleil est environ 330 000 fois plus lourd que la Terre.

5. Socle commun de 4e

12 $6 \times 6 \times 6 = 216$
216 personnes peuvent faire en même temps cette attraction.

13 **a.** $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$
En 4 h, le nombre de bactéries serait multiplié par 625.
b. Pour qu'elles soient plus d'un milliard, il faut que le nombre de bactéries soit multiplié par plus de 100 000. Or $5^4 = 625$, $5^5 = 3\,125$, $5^6 = 15\,625$, $5^7 = 78\,125$, $5^8 = 390\,625$.
Il faut donc 8 heures pour qu'elles soient plus d'un milliard.

14 $A = 5^4$ $B = (-3)^5$ $C = (-7{,}3)^2$ $D = \left(\dfrac{1}{3}\right)^4$

15 **a.** $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$
b. $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$
c. $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$
d. $(-8)^2 = (-8) \times (-8) = 64$
e. $0{,}2^5 = 0{,}2 \times 0{,}2 \times 0{,}2 \times 0{,}2 \times 0{,}2 = 0{,}000\,32$

16 **a.** 32 **b.** 64 **c.** –64 **d.** 1 **e.** 0
f. (–1) **g.** 0,36 **h.** –0,064

17 **a.** $\dfrac{1}{625}$ **b.** $\dfrac{27}{64}$ **c.** $\dfrac{16}{9}$

18 **a.** $9^2 = \dfrac{1}{9^2} = \dfrac{1}{81}$ **b.** $(-2)^{-3} = \dfrac{1}{(-2)^3} = -\dfrac{1}{8}$

19 **a.** $\dfrac{1}{5^3} = \dfrac{1}{125}$ **b.** $(-6)^{-1} = \dfrac{1}{-6}$
c. $(-0{,}5)^{-2} = \dfrac{1}{0{,}25} = 4$

20 **a.** 2 **b.** 243 **c.** 0,16

21 **a.** 4^{-3} **b.** 4^3 **c.** $(-3)^5$ **d.** $(-3)^{-5}$

22 $2^3 = 2 \times 4$ $(-4)^2 = 2^4$ $2 \times 3 = (-2) \times (-3)$
$-4^2 = 2 \times (-8)$ $(-4)^3 = -8^2$ $(-2)^{-3} = -\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$
mais $(-2)^3$ et 4^3 ne sont pas égaux.
Amélie a tort.

23 **a.** 7^5 **b.** $(-5)^6$ **c.** 3^7

24 **a.** 9^{-3} **b.** $(-3)^2$ **c.** 7^5

25 **a.** 51^2 **b.** $(-24)^3$ **c.** 18^2

26 $\dfrac{1}{2} \times 2 = 1$
Il recouvrira entièrement la surface de cet étang au bout de 6 mois et 1 jour.

27 **a.** 7^{10} **b.** 7^8 **c.** 7^{12} **d.** 7^{15}

28 **a.** $2 \times 2^9 = 2^{10}$ **b.** $\dfrac{1}{2} \times 2^9 = 2^8$
c. $\dfrac{1}{4} \times 2^9 = \dfrac{1}{2^2} \times 2^9 = 2^7$

29 **a.** 100 **b.** 1 000 000 000 **c.** 100 000
d. 0,1 **e.** 0,000 1 **f.** 0,001

30 **a.** 10^3 **b.** 10^8 **c.** 10^{-2} **d.** 10^{12}
e. 10^{-4} **f.** 10^{-6}

31 $0{,}001 = 10^{-3} = \dfrac{1}{10^3}$. Un millième
$0{,}000\,001 = 10^{-6}$. Un millionième
$10\,000\,000 = 10^7$. Dix millions
$0{,}000\,1 = 10^{-4}$. Un dix-millième
$1\,000\,000\,000 = 10^9$. Un milliard
$0{,}000\,000\,001 = 10^{-9}$. Un milliardième

32 **a.** 1 kg $= 10^3$ g **b.** 1 hm $= 10^5$ mm
c. 1 m² $= 10^4$ cm² **d.** 1 mL $= 10^{-2}$ dL
e. 1 cm³ $= 10^{-9}$ dam³ **f.** 1 dam $= 10^3$ cm

33 **a.** 1 cm $= 10^{-3}$ dam **b.** 1 m $= 10^{-2}$ hm
c. 1 dm² $= 10^{-4}$ dam² **d.** 1 mL $= 10^{-5}$ hL
e. 1 cm³ $= 10^{-15}$ km³ **f.** 1 mg $= 10^{-6}$ kg

34 **a.** 10^8 **b.** 10^{-3} **c.** 10^{-10}

35 **a.** 10^3 **b.** 10^{-4} **c.** 10^8

36 **a.** 10^{12} **b.** 10^{-10} **c.** 10^{18}

37 1 ko = 10^3 octets 1 Mo = 10^6 octets
1 Go = 10^9 octets 1 To = 10^{12} octets

38 $10^{-12} \times 10^{11} = 10^{-1}$
Les cents milliards de neurones présents dans notre cerveau occupent environ 1 dL.

39 $26^2 \times 10^2 = 260^2$
Il y a 260^2 digicodes possibles.

40 « 10^{24} sabords ».

41 $\dfrac{10^{-10}}{10^{-15}} = 10^5$.
Le diamètre de l'atome est 100 000 fois plus grand que celui de son noyau.
10^5 cm = 1 km. Pour finir sa construction, il faudrait qu'Aloïs construise un atome de diamètre un kilomètre !

42 **a.** 16 **b.** 16 **c.** –16 **d.** $\dfrac{1}{16}$ **e.** $\dfrac{8}{27}$
f. $\dfrac{1}{27}$ **g.** –27 **h.** $-\dfrac{1}{9}$

43 $4 \times 4 \times 4 = 64$
64 menus différents peuvent être composés.

44 **a.** 1 **b.** 100 **c.** 100 **d.** 1 000 **e.** 1 **f.** 1

45 **a.** 10^4 **b.** 10^3 **c.** 10^7 **d.** 10^{12} **e.** 10^5
f. 10^2 **g.** 10^{11}

6. Exercices d'application

46 **a.** $7^3 \times 7^4 = 7^7$ **b.** $3^4 \times 3^{-6} = 3^{-2}$
c. $56^2 = 7^2 \times 8^2$ **d.** $6^3 = 2^3 \times 3^3$

47 **a.** $\dfrac{9^{10}}{9^3} = 9^7$ **b.** $\dfrac{3^{-2}}{3^{-8}} = 3^6$
c. $4{,}5^2 = 0{,}9^2 \times 5^2$ **d.** $1{,}5^{10} = 3^{10} \times 0{,}5^{10}$

48

a	2	2	–2	9	6	–4
n	5	–1	5	0	4	5
a^n	32	0,5	–32	1	1 296	–1 024

49 **a.** $133^4 + 134^4 = 158^4 + 59^4 = 635\,318\,657$
b. $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3 = 216$
c. $(2 + 3 + 4 + 5 + 6)^4 = 160\,000$ donc l'égalité est fausse.

50 $1^3 + 5^3 + 3^3 = 153$
$3^3 + 7^3 + 0^3 = 370$
$3^3 + 7^3 + 1^3 = 371$
$4^3 + 7^3 = 407$
Pierrick a raison.

51 $17^3 = 4913$ $4 + 9 + 1 + 3 = 17$
$18^3 = 5832$ $5 + 8 + 3 + 2 = 18$
$26^3 = 17576$ $1 + 7 + 5 + 7 + 6 = 26$
$27^3 = 19683$ $1 + 9 + 6 + 8 + 3 = 27$
$35^3 = 42875$ $4 + 2 + 8 + 7 + 5 = 26$
Zoé a tort.

52 **a.** $3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 = 121 = 11^2$
Hervé à raison.
b. $1^0 + 1^1 + 1^2 + 1^3 = 4 = 2^2$

53 **a.** $3^2 + 4^2 = 5^2$ **b.** $8^2 + 15^2 = 17^2$
c. $1^3 + 6^3 + 8^3 = 9^3$ **d.** $4^4 + 6^4 + 8^4 + 9^4 + 14^4 = 15^4$

54 **a.** 4 **b.** –4 **c.** 20 **d.** –28

55 **a.** 198 **b.** 59 **c.** 96 **d.** 363

56 **a.** 4 **b.** 4 **c.** 6 **d.** 8

57 **a.** $(10 \times 3 + 10^2) \times 2 = 260$
b. $((-5) \times 3 + (-5)^2) \times 2 = 20$
$\left(\dfrac{2}{3} \times 3 + \left(\dfrac{2}{3}\right)^2\right) \times 2 = \dfrac{44}{9}$

58 **a.** 2^5 **b.** 5^7 **c.** 7^6 **d.** 3^{-2}

59 **a.** 6^6 **b.** 2^8 **c.** 5^{-1}

60 **a.** 1^2 **b.** 2^{16} **c.** 3^5

61 **a.** $36^3 = (6^2)^3 = 6^6$ **b.** $27^4 = (3^3)^4 = 3^{12}$

62 **a.** $15^{10} = (15^5)^2$
La longueur du côté d'un carré d'aire 15^{10} cm^2 est 15^5 cm soit 759 375 cm.
b. $7^{15} = (7^5)^3$
La longueur du côté d'un cube de volume 7^{15} cm^3 est 7^5 cm soit 16 807 cm.
c. $12^{21} = (12^7)^3$ et $12 \times 12^7 = 12^8$
La longueur totale des arêtes d'un cube de volume 12^{21} cm^3 est 12^8 cm soit 429 981 696 cm.

63 **a.** Les gains d'Aurore sont de 5^3 €, ceux de Nabil de 5^4 €, ceux de Dimitri de 5^7 €.
b. Aurore : $5^3 \times 5^3 = 5^6$; Nabil : $5^4 : 5 = 5^3$;
Dimitri : $5^7 : 5^2 = 5^5$
Aurore gagne le jeu.

64 **a.** 10^5 **b.** 10^{-4} **c.** 10^{-5}

65 **a.** 10^{-10} **b.** 10^{-11} **c.** 10^3 **d.** 10^{-12}

66 **a.** $10^{14} \times (10^{-14} + 10^{-12}) = 10^{14} \times 10^{-14} + 10^{14} \times 10^{-12}$
$= 1 + 100 = 101$
b. $10^{-17} \times (10^{19} - 10^{18}) = 10^{-17} \times 10^{19} - 10^{-17} \times 10^{18}$
$= 100 - 1 = 99$

67 Les expressions égales à 10^{-6} sont A, C, D, E, G et H.

68 **a.** 15 000 **b.** –2,345 2 **c.** 0,000 145

69 $\dfrac{10^{-4} \times 10^9}{10^5} = \dfrac{10^5}{10^5} = 1$. On obtiendrait $a \times 1$ soit a.

70 **a.** $4{,}6 \times 10^9 = 4\,600\,000\,000$
$3 \times 10^8 = 300\,000\,000$
$65 \times 10^6 = 65\,000\,000$
$2 \times 10^5 = 200\,000$
b. $4{,}6 \times 10^9$: quatre milliards six cent millions d'années
3×10^8 : trois cents millions
65×10^6 : soixante-cinq millions
2×10^5 : deux cent mille
c. $\dfrac{4{,}6 \times 10^9}{4} = 1{,}15 \times 10^9$
En fait les dinosaures ont vécu pendant $2{,}35 \times 10^8$ années.
Donc Sylvie a raison.

71 **a.** $9{,}6 \times 10^{-2}$ s = 0,096 s 9×10^{-5} s = 0,000 09 s
b. $9 \times 10^{-5} \times 10^3 = 9 \times 10^{-2}$
Bérangère a raison.

72 **a.** $20 \times 10^6 \times 4{,}25 \times 10^{-5} = 85 \times 10 = 850$
L'Inde a parcouru 850 km durant cette période.

b. L'Inde continue d'avancer donc l'Himalaya continue de se former.

73 **a.** Un ordre de grandeur de la vitesse de la lumière est 3×10^5 km • s^{-1}, un ordre de grandeur de la distance entre la Terre et le Soleil est $1{,}5 \times 10^8$ km.

b. $\dfrac{1{,}5 \times 10^8}{3 \times 10^5} = 0{,}5 \times 10^3$ s = 500 s = 8 min 20 s
La lumière met environ 8 minutes 20 secondes pour aller du Soleil à la Terre.

74 **a.** $\dfrac{390 \times 10^{12}}{5 \times 10^9} = 78 \times 10^3$
Il faudrait installer 78 000 éoliennes.

b. $\dfrac{390 \times 10^{12}}{160 \times 10^3} = 2{,}437\,5 \times 10^9$ m^2 $= 2{,}437\,5 \times 10^3$ km^2
Il faudrait couvrir environ 2 437,5 km^2.

75 $10^5 \times 10^9 \times 2$ min $= 2 \times 10^{14}$ min.
Il mettra 2×10^{14} minutes.
$60 \times 24 = 1\,440$. Dans une journée il y a 1 440 minutes.
$\dfrac{2 \times 10^{14}}{1440} \approx 1{,}39 \times 10^{11}$
Il mettra donc $1{,}39 \times 10^{11}$ jours.
$\dfrac{1{,}39 \times 10^{11}}{365{,}25} \approx 380\,561\,259.$
Il faudrait plus de 380 millions d'années pour lire ces poèmes.

76 **a.** $8\,745 = 8{,}745 \times 10^3$ **b.** $0{,}142\,5 = 14{,}25 \times 10^{-2}$
c. $1\,485{,}6 = 14{,}856 \times 10^2$ **d.** $0{,}568 = 0{,}000\,568 \times 10^3$

77 $0{,}013\,5 = 13{,}5 \times 10^3 = 1\,350\,000 \times 10^{-8}$
$1{,}35 \times 10^{-5} = 135 \times 10^{-7}$

78 **a.** $10^{-1} + 10^4 = 1{,}000\,01 \times 10^4$
b. 18×10^{-5}
c. 595×10^{16}
d. $7{,}25 \times 10^{-6}$

79 **a.** $0{,}002\,563 \times 10^5$ **b.** $-87{,}854\,58 \times 10^5$
c. $89\,500 \times 10^5$ **d.** $0{,}478\,5 \times 10^5$
e. -250×10^5 **f.** $0{,}004\,756\,8 \times 10^5$

80 **a.** 58×10^3 **b.** 58×10^{11} **c.** 58×10^{-7}

81 **a.** 175 nm $= 175 \times 10^{-9}$ m
4 µm $= 4 \times 10^{-6}$ m
0,125 mm $= 0{,}125 \times 10^{-3}$ m
b. 175 nm = 0,000 000 175 m
4 µm = 0,000 004 m
0,125 mm = 0,000 125 m

82 Dans les cas **b.**, **d.**, **e.** et **f.** le nombre est écrit en notation scientifique.

83 **a.** $4{,}58 \times 10^5$ **b.** $4{,}8 \times 10^{-2}$ **c.** $8{,}954\,75 \times 10^5$
d. $8{,}9 \times 10^{-1}$ **e.** $8{,}471 \times 10^8$ **f.** $1{,}52 \times 10^{-5}$

84 **a.** $5{,}874 \times 10^4$ **b.** $1{,}489\,25 \times 10^{-1}$ **c.** $2{,}45 \times 10^3$
d. $1{,}4 \times 10^{-9}$ **e.** $7{,}425\,625 \times 10^{14}$ **f.** $1{,}245\,8 \times 10^{-7}$

85 $A = 8{,}574\,5 \times 10^{16}$ $B = 4 \times 10^{-4}$

86 $A = 2{,}4 \times 10^3 \times 8 \times 10^3 = 1{,}92 \times 10^7$
$B = 9 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^{-3} = 2{,}7 \times 10^{-7}$
$C = 7 \times 10^3 \times 1{,}5 \times 10^{-3} = 1{,}05 \times 10^1$
$D = \dfrac{3{,}6 \times 10^7}{1{,}8 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^{11}$

87 4,6 milliards d'années $= 4{,}6 \times 10^9$ années
1 391 000 km $= 1{,}391 \times 10^6$ km
234 milliards $= 2{,}34 \times 10^{11}$
40 000 milliards $= 4 \times 10^{13}$

88 **a.** Cheveu : 8×10^{-5} m
Fil d'araignée : $6{,}69 \times 10^{-6}$ m
Fil à coudre : 3×10^{-4} m
b. Fil d'araignée, cheveu, fil à coudre

89 **1.**

	Superficie (en km^2)	**Nombre d'habitants**
Allemagne	$3{,}57 \times 10^5$	$8{,}233 \times 10^7$
Autriche	$8{,}387\,1 \times 10^4$	$8{,}33 \times 10^6$
Chypre	$9{,}251 \times 10^3$	$7{,}98 \times 10^5$
France	$5{,}44 \times 10^5$	$6{,}47 \times 10^7$
Finlande	$3{,}381 \times 10^5$	$5{,}3 \times 10^6$
Malte	$3{,}15 \times 10^2$	$4{,}1 \times 10^5$

2. a. Malte - Chypre - Autriche - Finlande - Allemagne - France
b. Malte - Chypre - Finlande - Autriche - France - Allemagne

90 **a.** Équateur : 4×10^4 km
Surface : 5×10^8 km^2
Masse : 6×10^{24} kg
Volume : $1{,}1 \times 10^{12}$ km^3
b. • $10^4 < 4 \times 10^4 < 10^5$
• $10^8 < 5 \times 10^8 < 10^9$
• $10^{24} < 6 \times 10^{24} < 10^{25}$
• $10^{12} < 1{,}1 \times 10^{12} < 10^{13}$

91 $\vartheta_{\text{fosse}} = L \times \ell \times h = 9 \times 2{,}75 \times 10 \times 10^{-2} = 2{,}475$ m^3
$= 2{,}475 \times 10^9$ mm^3
$\dfrac{2{,}475 \times 10^9}{5{,}2} \times 10^2 \approx 0{,}475\,961\,538\,5 \times 10^{11}$
Cette fosse contient environ 47,6 milliards de grains de sable.

92 **a.** Fumée de tabac : $2{,}7 \times 10^{-7}$
Particule de diesel : 5×10^{-7}
Pollen de myosotis : 7×10^{-6}
Pollen de courges : $1{,}5 \times 10^{-4}$
Poussière de bois : $8{,}8 \times 10^{-8}$
Fumée noire : $5{,}6 \times 10^{-7}$
Cendre volcanique : $8{,}5 \times 10^{-6}$
Pollen de courges – Cendre volcanique – Pollen de myosotis – Fumée noire – Particule de diesel – Fumée de tabac – Poussière de bois
b. 2,5 µm $= 2{,}5 \times 10^{-6}$ m
Les particules fines de la liste ci-dessus sont : les poussières de bois, la fumée de tabac, les particules de diesel et les fumées noires.

93 **Vrai.** En effet, $-2^{-3} = -\frac{1}{2^3} = \frac{1}{-8}$

94 **Faux.** $3^2 + 3^3 = 9 + 27 = 36$ et $3^5 = 243$

95 **Faux.** $\frac{2^{2010}}{2} = 2^{2010-1} = 2^{2009}$

96 **Vrai.**

97 **Vrai.** $1\,000 \times 10^{-5} = 10^3 \times 10^{-5} = 10^{-2}$

98 **Faux.** $58{,}475 \times 10^{-8} = 5\,847{,}5 \times 10^{-2} \times 10^{-8}$
$= 5\,847{,}5 \times 10^{-10}$

99 **Vrai.** $4{,}710\,21 \times 10^5 \approx 5 \times 10^5$

100 **a.** 3 240 **b.** 1,457 8 **c.** 0,085 43 **d.** 9 654 000
e. 1 400 **f.** 0,365 4

101 **a.** $807{,}2 \times 10^2 = 80\,720$ **b.** 0,002 **c.** 900

102 Rafik a utilisé les écritures décimales des nombres plutôt que d'utiliser les règles de calculs sur les puissances de 10 ; de plus ces calculs sont mal rédigés. Il n'a pas donné l'écriture scientifique du résultat.

$A = \frac{5 \times 12}{3} \times \frac{10^{-3} \times 10^4}{10^5}$

$A = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3}}{\cancel{3}} \times \frac{10^1}{10^5}$

$A = 20 \times 10^{1-5}$

$A = 2 \times 10 \times 10^{-4}$

$A = 2 \times 10^{-3}$

103 1 L = 1 dm^3 = 10^6 mm^3

$5 \times 10^6 \times 10^6 = 5 \times 10^{12}$

Dans 1 L de sang, il y a 5×10^{12} globules rouges.

$\frac{450}{5 \times 10^{12}} = 90 \times 10^{-12}$

Le volume d'un globule rouge est de 90×10^{-12} cm^3.

1 cm = 10^4 µm donc 1 cm^3 = $(10^4)^3$ µm^3

$90 \times 10^{-12} \times (10^4)^3 = 90 \times 10^{-12} \times 10^{12} = 90$

Le volume d'un globule rouge est de 90 µm^3.

104 Yanis a raison. Il suffit de prendre un nombre inférieur à 1.

Exemples :

• $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ et $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ mais $\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$ donc $\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$

• $(-2)^3 = -8$ et $(-2)^2 = 4$ mais $4 > -8$ donc $(-2)^2 > (-2)^3$

105 $10^{-3} \times 10^{-3} = 10^{-6} = \frac{1}{10^6}$. Anne et Alex ont raison.

106 **a.** $A = 6^2 + 4^3$

b. $B = 5^4 + 7^5$

c. $C = 8^5 \times (6^4 - 5)$

d. $D = \frac{7^2 + 2}{9^6}$

107 Pour écrire A en écriture scientifique, Émilie divise 137,58 par 10^2 pour obtenir un nombre compris entre 1 et 10 ; elle multiplie donc son expression par 10^2 pour conserver une égalité. Sa démarche est correcte.

Pour écrire A sous la forme $a \times 10^{11}$, Émilie multiplie 10^7 par 10^4 pour obtenir 10^{11}. Elle divise donc le reste de son expression par 10^4 pour conserver une égalité. Sa démarche est correcte.

108 **a.** Vrai, si $a = 2^4 \times 2^{-5}$ alors $a = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times \cancel{2} \times 2} = \frac{1}{2}$

b. Vrai, si $c \times d = 1$, alors l'inverse de c est d donc $d = c^{-1}$

c. Faux, si $c \times d = 2$, alors $d = \frac{2}{c} = 2 \times c^{-1}$ et $d \neq c^{-2}$

d. Faux, si $x = \frac{1^2}{2^3} \times \frac{1^3}{2^4}$ alors $x = \frac{1^{2+3}}{2^{3+4}} = \frac{1^5}{2^7}$

109

	1er mois	2e mois	3e mois	4e mois
1re semaine	1	16	256	4 096
2e semaine	2	32	512	8 192
3e semaine	4	64	1 024	16 384
4e semaine	8	128	2 048	32 768
Salaire du mois	15	240	3 840	61 440

Le candidat a tout intérêt à accepter cette offre ; dès le 3e mois, il gagne 3 840 € puis 61 440 € le 4e mois et ces salaires augmentent encore tout au long de l'année !

7. QCM pour s'évaluer

110 **a.** **111** **a.** **112** **b.** **113** **b.** **114** **c.** **115** **c.** **116** **b.** **117** **c.** **118** **a.** **119** **c.** **120** **b. c.** **121** **a. b. c.** **122** **b.** **123** **c.** **124** **a. c.**

8. Je me prépare au contrôle

125 **a.** $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

b. $(-5)^3 = -5 \times (-5) \times (-5) = -125$

c. $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

d. $(-5)^3 = \frac{1}{(-5)^3} = -\frac{1}{125}$

126 **a.** 3^9 **b.** 6^5 **c.** $3^3 \times 3^2 = 3^5$

127 $A = 3 \times 49 - (27 - 25)^4$
$= 147 - 2^4$
$= 147 - 16$
$= 131$

128 $60 \times 2^{33} \approx 5 \times 10^{11}$

Or cent milliards s'écrit $10^2 \times 10^9$ soit 10^{11}.

Donc Henri a raison.

129 1 m^2 = 10^{-6} km^2.

Un ordre de grandeur de la taille d'un pixel est 5×10^{-17} km^2.

Un ordre de grandeur de la superficie des terres émergées est $1{,}5 \times 10^8$ km^2.

$\frac{1{,}5 \times 10^8}{5 \times 10^{-17}} = 0{,}3 \times 10^{25}$.

Il faudrait 3×10^{24} pixels pour recouvrir les terres émergées.

130 **a.** 6 km = 6 000 m.

• $\frac{6 \times 10^3}{3 \times 10^8} = 2 \times 10^{-5}$

Maël verra l'éclair au bout d'environ 20 millionnièmes de seconde.

• $\frac{6 \times 10^3}{3 \times 10^2} = 20$

Maël entendra l'éclair au bout d'environ 20 s.

b. Lors d'un orage, on voit l'éclair avant d'entendre le tonnerre.

131 Les Français trient environ $64{,}7 \times 10^6 \times 46$ kg soit $2\,976{,}2 \times 10^6$ kg d'emballages ménagers par an.

$\dfrac{2\,976{,}2 \times 10^6}{4{,}9 \times 10^6 \times 10^3} \approx 60{,}7$ %.

Donc la France n'a pas encore atteint le critère du Grenelle de l'environnement.

9. Exercices d'approfondissement

132 Lorsqu'il découpe un rectangle en 4, il divise par 4 l'aire de ce rectangle.

	Plan de travail	1re découpe	2e découpe	3e découpe	4e découpe
Aire des rectangles (en m²)	$1 \times 4 = 4$	$\frac{4}{4} = 1$	$\frac{1}{4} = 0{,}25$	$\frac{1}{4^2} = 0{,}062\,5$	$\frac{1}{4^3} = 0{,}015625$

	5e découpe	6e découpe	7e découpe	8e découpe
Aire des rectangles (en m²)	$\frac{1}{4^4} = 0{,}003\,906\,25$	$\frac{1}{4^5} = 0{,}000\,976\,562\,5$	$\frac{1}{4^6} \approx 2{,}4 \times 10^{-4}$	$\frac{1}{4^7} \approx 6{,}1 \times 10^{-5}$

Pour obtenir des caramels de moins de 1 cm² il faut faire 8 découpes.

À chaque découpe on multiplie par 4 le nombre de rectangle : $4^8 = 65\,536$.

Le pâtissier obtiendra au minimum 65 536 caramels.

133 Le chiffre des unités de $2\,013^{2013}$ est le même que le chiffre des unités de 3^{2013}.

Puissance de 3	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5
Chiffre des unités	3	9	7	1	3

Le chiffre des unités d'une puissance de 3 est 3, 9, 7 ou 1. Or $2\,013 = 503 \times 4 + 1$ donc $3^{2013} = (3^4)^{503} \times 3$. Or $(3^4)^{503}$ a pour chiffre des unités 1, donc celui de 3^{2013} est 3.

134 **a.** Les affichages sont identiques : 1.0000405×10^{16}

b.

	AB	AB²	AB² + AC²	BC²
Chiffre des unités	1	1	6	5

c. Les chiffres des unités des nombres $AB^2 + AC^2$ et BC^2 sont différents. Donc $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$ et le triangle n'est pas rectangle.

135 **1. a.** $\dfrac{2 \times 10^7 \times 10^{-3}}{10^2} = \dfrac{2 \times 10^4}{10^2} = 2 \times 10^2 = 200$

b. $\dfrac{-5 \times 10^7 \times 10^{-3}}{10^2} = -500$

c. $\dfrac{-0{,}75 \times 10^7 \times 10^{-3}}{10^2} = -75$

2. $\dfrac{10^7 \times 10^{-3}}{10^2} = 10^{7-3-2} = 10^2$

Ce programme de calcul revient à multiplier par 100. Elsa a raison.

136 **1.** Après un pliage : 2 épaisseurs.

Après 5 pliages : 2^5 soit 64 épaisseurs.

Après 10 pliages : 2^{10} soit 1 024 épaisseurs.

2. Après un pliage : $2 \times 0{,}1 = 0{,}2$ mm.

Après 5 pliages : $64 \times 0{,}1 = 6{,}4$ mm.

Après 10 pliages : $1\,024 \times 0{,}1 = 102{,}4$ mm.

3. a. En B2, taper : =2^A2

En C2, taper : =B2*0,1

b. Il faudrait effectuer 14 pliages pour atteindre la taille de Jordan et 27 pliages pour atteindre le sommet de l'Everest.

137 **1.** La mesure qui semble la plus économique est le changement de réfrigérateur. L'économie se mesure alors en kWh.

2. a. $E = P \times t$

$E = 7\text{ W} \times 20\text{ h} = 140$ Wh

On économise 140 Wh par jour en éteignant les appareils en veille.

$E = 140\text{ Wh} \times 365$

$E = 51\,100$ Wh

On économise 51 100 Wh par an en éteignant les appareils en veille.

b. $75\text{ W} - 15\text{ W} = 60$ W

$E = 8 \times 60\text{ W} \times 5\text{ h} = 2\,400$ Wh

On économise 2 400 Wh par jour en changeant les ampoules.

$E = 2\,400\text{ Wh} \times 365 = 876 \times 10^3$ Wh

On économise 876×10^3 Wh par an en changeant les ampoules.

3. a. $E = 200 \times 10^3\text{ Wh} + 51{,}1 \times 10^3\text{ Wh} + 876 \times 10^3$ Wh

$E = 1\,127{,}1 \times 10^3$ Wh

L'énergie totale ainsi économisée est $1\,127{,}1 \times 10^3$ Wh.

b. $1\,127{,}1 \times 10^3\text{ Wh} = 1\,127{,}1$ kWh

$1\,127{,}1 \times 0{,}1 = 112{,}71$

On économise ainsi 112,716 €.

4. a. $3 \times 10^5 \times 1\,127{,}1 \times 10^3\text{ Wh} = 3\,381{,}3 \times 10^8$ Wh

$\approx 338 \times 10^9$ Wh.

On économiserait 338×10^9 Wh.

b. $\dfrac{338 \times 10^9}{5 \times 10^9} = 67{,}6$

Cette économie correspond à la production annuelle d'environ 68 éoliennes.

138 $2^{60} = (2^2)^{30} = 4^{30}$

Il faut trente secondes pour que ce pot soit rempli.

139 $3 \times 10^8 \times 3\,600 \times 24 \times 365 = 94\,608 \times 10^3 \times 10^8$

$= 94\,608 \times 10^{11}$

En une année, la lumière parcourt environ $94\,608 \times 10^{11}$ m soit $94\,608 \times 10^8$ km.

$13 \times 10^9 \times 94\,608 \times 10^8 = 1\,229\,904 \times 10^{17}$ km

L'étoile était située à environ $1\,229\,904 \times 10^{17}$ km.

140 Le Gm est le gigamètre, il est égal à un milliard de mètres, soit 10^9 mètres.

Le Tm est le téramètre, il est égal à un billion de mètres, soit 10^{12} mètres.

Préfixe	Symbole	10^n	Écriture décimale	Prononciation
yotta	Y	10^{24}	1 000 000 000 000 000 000 000 000	Quadrillion
zetta	Z	10^{21}	1 000 000 000 000 000 000 000	Trilliard
exa	E	10^{18}	1 000 000 000 000 000 000	Trillion
péta	P	10^{15}	1 000 000 000 000 000	Billiard
téra	T	10^{12}	1 000 000 000 000	Billion
giga	G	10^{9}	1 000 000 000	Milliard
méga	M	10^{6}	1 000 000	Million
kilo	k	10^{3}	1 000	Mille
hecto	h	10^{2}	100	Cent
déca	da	10^{1}	10	Dix
		10^{0}	1	Un
déci	d	10^{-1}	0,1	Dixième
centi	c	10^{-2}	0,01	Centième
milli	m	10^{-3}	0,001	Millième
micro	µ	10^{-6}	0,000 001	Millionième
nano	n	10^{-9}	0,000 000 001	Milliardième
pico	p	10^{-12}	0,000 000 000 001	Billionième
femto	f	10^{-15}	0,000 000 000 000 001	Billiardième
atto	a	10^{-18}	0,000 000 000 000 000 001	Trillionième
zepto	z	10^{-21}	0,000 000 000 000 000 000 001	Trilliardième
yocto	y	10^{-24}	0,000 000 000 000 000 000 000 001	Quadrillionième

Remarque. Pour les anglo-saxons, « one billion » désigne un milliard, « one trillion » désigne un billion et « one quadrillion » désigne 100 trillions.

On peut consulter le site : http://fr.wikipedia.org/uniki/metre

Tâche complexe : Adapter un protocole

Des aides possibles

Aide n° 1 : De quelles informations aurait-on besoin pour répondre à la demande de Caroline ? Comment les acquérir ?

Aide n° 2 : Comment mesure-t-on le nombre de pulsations d'une personne ?

Quelques commentaires

• Il faut que les élèves conçoivent un protocole expérimental pour répondre à la demande de Caroline.

• Les élèves savent (vie de tous les jours ou EPS) que l'on mesure les battements d'un cœur en nombre de pulsations par minute. Sinon, ils trouveront aisément cette information sur Internet.

• Ensuite, chacun peut mesurer son nombre de pulsations par minute en utilisant une montre. D'un élève à l'autre les résultats sont bien sûr différents ; on devra donc se mettre d'accord (dans chaque groupe) sur un nombre de pulsations par minute « moyen ».

• Viendra certainement l'idée que le nombre de pulsations par minute d'un élève de 13-14 ans n'est pas le même, en général, que celui d'un centenaire. Il faudra se mettre d'accord (dans chaque groupe) sur un nombre moyen de battements de cœur par minute au cours d'une vie, ou faire un autre choix.

• Ces différents choix étant faits, la présence d'années bissextiles sera peut-être soulevée. Là encore, chaque groupe décidera soit de les négliger, soit de les prendre en compte (en estimant le nombre de ces années durant la vie d'un centenaire).

• Les résultats obtenus dans chaque groupe seront certainement assez différents. On pourra se poser alors la question de la présentation de la répartition des résultats : « En fait-on la moyenne ? », « Néglige-t-on certains résultats qui paraissent marginaux ? », « Quel type de diagramme peut-on utiliser ? »…

Une réponse possible

On fait l'hypothèse de 75 battements de cœur par minute.

On obtient alors 4 500 battements par heure, 108 000 battements par jour.

On table sur une année moyenne à 365,25 jours. D'où 39 447 000 battements par an.

Sous ces hypothèses, le cœur d'un centenaire battra donc environ 4 milliards de fois.