Série corrigée **Suites Arithmétiques**
Suites géométriques

Exercice n°1(corrigé).

Les nombres suivants sont-ils en progression arithmétique ? 2364510 ; 3475621 ; 4586732

Exercice n°2(corrigé).

Parmi ces deux suites, la ou les quelles sont arithmétiques ? : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} + U_n = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} - U_n = 4 \end{cases}$

Exercice n°3(corrigé).

(U_n) est une suite arithmétique de raison r.

1) On sait que $U_0 = 2$ et $r = -3$. Calculer U_{10}, U_{20}, U_{100}.

2) On sait que $U_0 = 2$ et $U_1 = 5$. Calculer r et U_2 et U_5 .

3) On sait que $U_1 = 10$ et $U_{10} = 28$. Calculer r et U_0, U_5.

4) On sait que $U_5 = 17$ et $U_{10} = 12$. Calculer r et U_0, U_1.

5) Sachant que $U_{20} = -52$ et $U_{51} = -145$, explicitez U_n .

6) Sachant que $U_{22} = 15$ et $r = \frac{3}{4}$, explicitez U_n .

7) Sachant que $U_0 = 3$ et que $U_{20} = U_{10} + 25$, explicitez U_n

8) Une suite arithmétique U_n est telle que $U_2 + U_3 + U_4 = 15$ et $U_6 = 20$. Calculez U_0.

Exercice 4 (corrigé)

Soit la suite (U_n) est une suite arithmétique de raison r.

1) On donne : $U_5 = 8$, $r = 3$. Calculer U_1, U_{20} et U_{101}.

2) On donne : $U_3 = 23$, $U_8 = 7$. Calculer r, U_5 et U_{17}.

3) On donne : $U_7 = 4/3$, $U_{13} = 17/9$. Calculer U_0.

Exercice 5(corrigé)

Soit la suite (U_n) définie par $U_n = 7 - 3n$.

1) Calculer U_0, U_1 et U_2.

Mme GUESMIA Aziza

2) Démontrer que (U_n) est une suite arithmétique et déterminer la raison de la suite.

3) Quelle est la valeur du 50ème terme ?

4) Calculer la somme des 50 premiers termes.

Exercice 6

Dans une ville où il y a eu 56 000 connections à Internet en 2002, il y en avait 60 480 l'année suivante. La municipalité souhaite prévoir le nombre de connexions dans les années à venir. On suppose que le pourcentage d'augmentation annuel est constant. On nomme C_0 le nombre de connexions en 2002 et C_n le nombre de connexions en 2002 + n.
1) Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de connections entre 2002 et 2003. **2)** Préciser la nature, le 1er terme et la raison de la suite (C_n), puis exprimer C_n en fonction de n.
3) Calculer le nombre de connexions prévues en 2009 (arrondir à l'unité).

Exercice 7(corrigé)

Calculer la somme des entiers naturels qui sont strictement compris entre 1000 et 10000.

Exercice 8(corrigé)

Soit la suite arithmétique (U_n) de raison r dont on connait deux termes : $U_{100} = 90$ et $U_{1000} = 900$.

1) Calculer la raison r et U_0.

2) Calculer la somme $S = U_{100} + U_{101} + U_{102} + U_{103} + \dots\dots\dots + U_{1000}$.

Exercice 9(corrigé)

Soit (U_n) une suite géométrique telle que $U_0 = 7$ et sa raison est égale à 3.

1) Calculer les trois premiers termes de cette suite qui suivent U_0.

2) Calculer U_9.

3) Calculer la somme $S = U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_9$.

Exercice 10 (corrigé)

Déterminer le nombre a tel les 3 nombres suivant : 7, a et 8 soient les termes consécutifs d'une suite géométrique.

Exercice 11(corrigé)

Calculer la valeur exacte de la somme suivante : $S = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + ... + 4096$.

Exercice 12 (corrigé)

Calculer le 10ème terme et le 35ème terme de la suite géométrique de premier terme $U_1 = 0{,}9$ de raison q = 2.

Mme GUESMIA Aziza

Exercice 13 (corrigé)

Calculer la raison positive d'une suite géométrique sachant que : $U_3 = 3$ et $U_5 = 12$.

Problème : Islam décide de faire des économies.

Situation 1 :
En janvier 2009, il mettra 100 D.T de côté. Et, chaque mois, il économisera 10 D.T de plus que le mois précédent.
On note U_1 la somme économisée en janvier 2009, U_2 la somme économisée en février…

1) Quelle est la nature de la suite (U_n) ? Préciser son premier terme et sa raison. Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n puis U_n en fonction de n.

2) Si Islem tient ses résolutions, quelle somme devra-t-il mettre de côté en janvier 2010 ?

Situation 2 :
Islem se dit qu'il pourrait faire un peu plus de sacrifices, et mettre de côté, chaque mois, non pas 10 D.T de plus que le mois précédent, mais 10 % de plus que ce qu'il a économisé le mois précédent.
On note alors V_1 le montant économisé en janvier 2009, V_2 celui économisée en février 2009 etc… On suppose que $V_1 = 100$ D.T.

1) a) Calculer V_2, V_3 et V_4.

b) Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n et préciser la nature de la suite (V_n), ainsi que son terme initial et sa raison

c) Exprimer V_n en fonction de n.

d) Quelle somme Islem devra-t-il économiser en janvier 2010 s'il tient ses résolutions ?

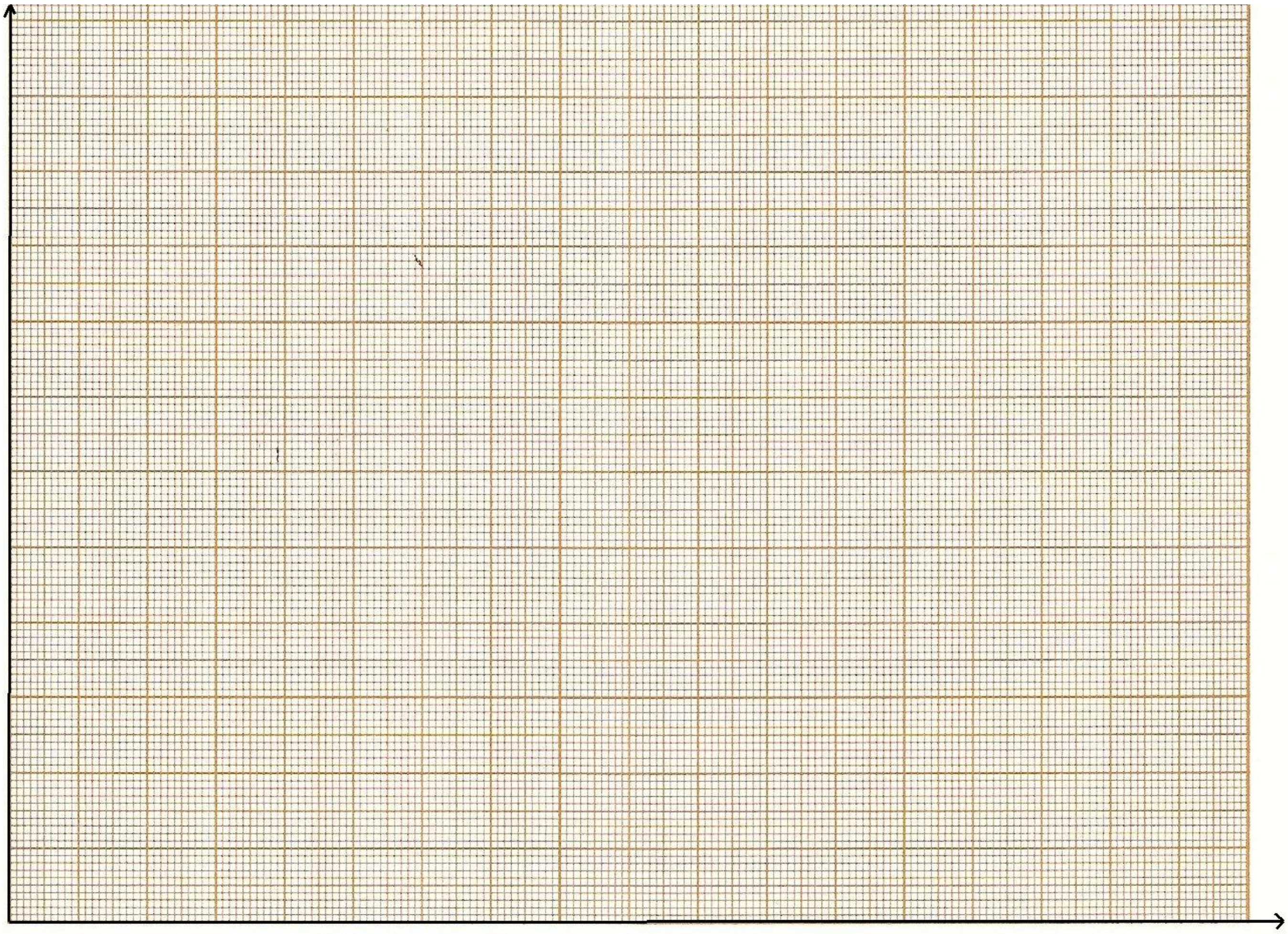
2) Calculer la somme totale économisée en juin 2009 (en additionnant toutes les économies depuis janvier 2009) avec la situation 1 et avec la situation 2.

3) Pour comparer les deux situations, Islem souhaite les représenter graphiquement. Faites-le pour lui (représenter la suite (U_n) et la suite (V_n)) dans un repère orthogonal (papier millimétré) d'unité 1 cm pour 1 mois en abscisse (on indiquera à la fois la valeur de n et le mois correspondant, aller jusqu'à avril 2010) et 1 cm pour 20 D.T en ordonnées (aller jusqu'à 300 DT)
Pour vous aider, compléter le tableau de valeurs suivant

n	1	2	3	4	5	6	7	8
mois	Jan 09	Fev 09						
U_n								
V_n								

n	9	10	11	12	13	14	15	16
mois	Sep 09							Avr 10
U_n								
V_n								

Mme GUESMIA Aziza



4) Par lecture graphique et en indiquant vos lectures par des tracés sur le graphique, déterminer le mois auquel Islem dépassera les 240 D.T d'économies mensuelles, dans chacune des deux situations.

Exercice n°1

Puisque 3475621-2364510 = 111111 et 4586732 - 3475621 = 111111, ces nombres sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison 111111.

Exercice n°2

La suite définie par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} + U_n = 1 \end{cases}$ n'est pas arithmétique car si on calcule $U_1=1-U_0=0$, $U_2=1-U_1=1$, $U_3=1-U_2=0$, etc..., on s'aperçoit que la différence entre deux termes consécutifs n'est pas toujours la même.

La suite est alternée, un terme sur deux valant 0, l'autre valant 1.

La suite définie par $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_n - U_{n+1} = 4 \end{cases}$ est arithmétique car elle se redéfinit par $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = U_n - 4 \end{cases}$, qui est caractéristique d'une suite arithmétique de raison – 4.

Exercice n°3

1) Si $U_0 = 2$ et $r = -3$, alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = U_0 + n \times r = 2 - 3n$, ce qui nous permet de calculer :

$U_{10} = -28$, $U_{20} = -58$ et $U_{100} = -298$.

2) On calcule $r = U_1 - U_0 = 5 - 2 = 3$, donc pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $U_n = U_0 + n \times r = 2 + 3n$, ce qui nous permet de calculer : $U_2 = 8$ et $U_5 = 17$.

3) Puisque $U_{10} = U_1 + 9 \times r$, on en déduit que $r = \frac{1}{9}(U_{10} - U_1) = \frac{28-10}{9} = 2$, et ainsi pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $U_n = U_1 + (n-1) \times r = 10 + 2(n-1) = 2n + 8$ ce qui nous permet de calculer $U_1 = U_0 + r$; $U_0 = 8$ et

$U_5 = U_0 + 5r$; $U_5 = 18$

4) Puisque $U_{10} = U_5 + 5 \times r$, on en déduit que $r = \frac{1}{5}(U_{10} - U_5) = -1$, et ainsi pour tout entier $n \in \mathbb{N}$,

$U_n = U_5 + (n-5) \times r = 17 - (n-5) = 22 - n$ ce qui nous permet de calculer : $U_0 = 22$ et $U_1 = 21$.

5) Puisque $U_{51} = U_{20} + (51-20) \times r$, on en déduit que $r = \frac{1}{31}(U_{51} - U_{20}) = \frac{1}{31}(-145 + 52) = -3$; et ainsi pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $U_n = U_{20} + (n - 20) \times r = -52 + (n - 20) \times (-3)$; $U_n = -3n + 8$.

6) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $U_n = U_{22} + (n - 22) \times r = 15 + \frac{3}{4}(n - 22)$; $Un = \frac{3}{4}n - \frac{3}{2}$

8) Puisque $U_{20} = U_{10} + (20 - 10) \times r$, on en déduit que $10r = 25 \Leftrightarrow r = 2{,}5$ et ainsi pour tout entier $n \in \mathbb{N}$,

$U_n = U_0 + n \times r = 3 + 2{,}5n$.

Mme GUESMIA Aziza

8) Puisque la suite U_n est <u>arithmétique</u> de raison r, $U_2+U_3+U_4=U_2+U_2+r+U_2+2r=3U_2+3r$, et $U_6=U_2+4r$.

Le système $\begin{cases} U_2+U_3+U_4=15 \Leftrightarrow \quad U_2+r=\frac{15}{3}=5 \\ U_6=60 \quad \Leftrightarrow \quad U_2+4r=\ \ 20 \end{cases}$ pour solution $\begin{cases} U_2=0 \\ r=\ \ 5 \end{cases}$

Puisque pour tout entier $n \in$ IN, $U_n = U_0 + (n-2) \times r = 0 + 5(n-2) = 5n - 10$, on en déduit $U_0 = -10$.

Exercice 4

1) On sait que $U_n = U_1 + r \times (n-1)$ d'où $U_5 = U_1 + 3 \times (5-1) = 8$ donc $U_1 = 8 - 12$; $\underline{\mathbf{U_1 = -4}}$

$U_{20} = U_1 + r \times (20-1) = -4 + 3 \times (20-1) = \underline{\mathbf{53}}$; $\underline{\mathbf{U_{20} = 53}}$ et $\mathbf{U_{101}} = -4 + 3 \times (101-1) = \underline{\mathbf{296.}}$

2) On a $U_3 - U_8 = U_1 + r \times (3-1) - [U_1 + r \times (8-1)] = 2r - 7r = -5r$ or $U_3 - U_8 = 23 - 7 = 16$

Donc $-5r = 16$ d' où $\mathbf{r = \underline{-16/5}.}$ $U_5 = U_3 + 2r = 23 - 32/5 = \mathbf{83/5}$

$U_{17} = U_5 + (17-5)\, r = 83/5 + 12\, r = 83/5 + 12\times(-16/5) = 83/5 - 192/5 = \underline{\mathbf{-109/5}}$

3) On a $U_7 - U_{13} = (7-13)\, r = -6\, r$ or $U_7 - U_{13} = 4/3 - 17/9 = 12/9 - 17/9 = -5/9$ d'où $r = 5/54$

$U_7 = U_0 + 7r$ d'où $U_0 = U_7 - 7r$; $U_0 = 4/3 - 7 \times 5/54 = 72/54 - 35/54$, $\underline{\mathbf{U_0 = 37/54}}$

Exercice 5

1) $U_0 = 7 - 3 \times 0$; $U_1 = 7 - 3 \times 1 = 4$ $U_2 = 7 - 3 \times 2 = 1$; $\underline{\mathbf{U_0 = 7}}$; $\underline{\mathbf{U_1 = 4}}$; $\underline{\mathbf{U_2 = 1}}$

2) Montrons que $U_n - U_{n-1}$ est constant pour tout n supérieur ou égal à 1.

$U_n - U_{n-1} = 7 - 3n - (7 - 3(n-1)) = 7 - 3n - 7 + 3(n-1) = 7 - 3n - 7 + 3n - 3$; $\underline{\mathbf{U_n - U_{n-1} = -3}}$.

La suite (U_n) est une suite arithmétique dont la raison r égale à -3.

3) Le 50ème terme de cette suite est $U_{49} = U_0 + nr = 7 + 49 \times(-3)$; $\underline{\mathbf{U_{49} = -140}}$

Exercice 7

Soit S_{999} la somme des 999 premiers entiers naturels :
$S_{999} = 1 + 2 + 3 + ... + 999 = [(1 + 999) \times 999] \div 2 = 1001000 \div 2 = 499500$
Soit S_{10000} la somme des 10000 premiers entiers naturels :
$S_{10000} = 1 + 2 + 3 + ... + 999 + 10000 = [(1 + 10000) \times 10000] \div 2 = 100010000 \div 2 = 50005000.$
On obtient: $1000 + 1001 + ... + 9999 + 10000 = S_{10000} - S_{999} = 50005000 - 499500 = \underline{\mathbf{49505500.}}$

Exercice 8

1) $U_{100} = 90$ et $U_{1000} = 900$ on sait que $U_{100} = U_0 + 100r$ et $U_{1000} = U_0 + 1000r$ alors
$U_{1000} - U_{100} = 900r = 900 - 90 = 810$ d'où $\underline{\mathbf{r = 9/10}}$; $U_0 = 90 - 100r = 90 - 100 \times 9/10 = 0.$ $\underline{\mathbf{U_0 = 0}}$
2) Soit S : la somme de U_{100} à U_{1000} $S = U_{100} + U_{101} + U_{102} + U_{103} + \ldots\ldots + U_{1000}$
S = Nombre de termes de U_{100} à $U_{1000} \times (U_{100} + U_{1000})/2$
$S = 901 \times \left(\frac{90+900}{2}\right)$; $\underline{\mathbf{S = 445995}}$

Mme GUESMIA Aziza

Exercice 9

U_n est une suite géométrique de raison q = 3 donc $U_n = q^n \times U_0 = 3^n \times U_0$
1) $\mathbf{U_0 = 7}$; $U_1 = 3 \times U_0 = 3 \times 7 =$ **21** ; $U_2 = 3^2 \times U_0 =$ **63** ; $U_3 = 3^3 \times U_0 = 27 \times 7 =$ **189**
U_1 U_2 et U_3 sont les trois termes qui suivent U_0

2) $U_n = q^n \times U_0$ d'où $U_9 = 3^9 \times 7$; $\mathbf{U_9 = 137781}$

3) S = (Premier terme de S) × ($\frac{q^N - 1}{q-1}$) avec N : nombre de termes de la somme

S = $U_0 + U_1 + ... + U_9 = 7 \times [3^{10} - 1] \div [3-1] = 7 \times [3^{10} - 1] \div 2 = 206668$. **S = 206668**

Exercice 10

Soit q la raison de cette suite géométrique on a alors :
$a = 7 \times q$ et $8 = q \times a$ d'où $8 = 7 \times q^2$; $q = \pm\sqrt{\frac{8}{7}}$ Donc $a = \sqrt{56}$ ou $a = -\sqrt{56}$

7, $\sqrt{56}$ et 8 sont alors les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q = \sqrt{\frac{8}{7}}$

7, - $\sqrt{56}$ et 8 sont alors les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q = -\sqrt{\frac{8}{7}}$

Exercice 11

$S = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - 128 + 256 + ... - 2048 + 4096$
S est la somme de N termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q= -2 et de premier terme U_0=1
Soit U_p= 4096 Calculons p
$U_p = 4096 = q^p \times U_0 = (-2)^p \times 1$ donc $(-2)^p = 4096$ **p =12**
S = $U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + \ldots\ldots\ldots + U_{12}$
S = (Premier terme de S) × ($\frac{q^N - 1}{q-1}$) avec N = 13: nombre de termes de la somme
$S = 1 \times [(-2)^{13} - 1] \div [-2 - 1] = -8193/3$; **S = 2731**

Exercice 12

$U_n = q^{n-1} \times U_1$ alors $U_{10} = 2^9 \times 0{,}9$ $\mathbf{U_{10} = 460{,}8}$ et $U_{35} = 2^{34} \times 0{,}9$

Exercice 13

$U_n = q^n \times U_0$ alors $U_3 = q^3 \times U_0 = 3$ et $U_5 = q^5 \times U_0 = 12$. D'où $U_5 / U_3 = q^2 = 12 / 3 = 4$ d'où q = 2

Mme GUESMIA Aziza