| ثانوية المصلى التأهيلية العيون | المستوى: السنة الثانية باكلوريا علوم تجريبية | مادة الرياضيات |
|---|---|---|

$$\ln(x) \Leftrightarrow \begin{cases} x \succ 0 \\ (\ln(x))' = \dfrac{1}{x} \\ \ln(1) = 0 \end{cases}$$

لدينا : $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^{*+}$

$$\ln(x) = \ln(y) \Leftrightarrow x = y$$

$$\ln(x) \succ \ln(y) \Leftrightarrow x \succ y$$

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$$

$$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$$

$$r \in \mathbb{Q} \quad \ln(x)^r = r\ln(x)$$

## نهايات اعتيادية

$$\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \to 0^+} \ln x = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} x \ln x = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \to 1} \frac{\ln x}{x - 1} = 1 \quad \text{و} \quad \lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \lim_{x \to 0^+} x^n \ln x = 0 \quad \text{و} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$$

إذا كانت $u$ دالة قابلة للاشتقاق على مجال $I$، و لا تنعدم على المجال $I$، فإن الدالة $x \mapsto \ln(|u(x)|)$ قابلة للاشتقاق على $I$ و دالتها المشتقة على $I$ هي الدالة: $x \mapsto \dfrac{u'(x)}{u(x)}$.

لتكن $u$ دالة قابلة للاشتقاق على مجال $I$، و لا تنعدم على المجال $I$ .
الدوال الأصلية للدالة: $x \mapsto \dfrac{u'(x)}{u(x)}$ على المجال $I$ هي الدوال: $x \mapsto \ln(|u(x)|) + c$ حيث $(c \in \mathbb{R})$

## دالة اللوغاريتم للأساس $a$ حيث( $a > 0$ و $a \neq 1$ ): Fonction logarithme de base $a$

### 1)-تعريف

ليكن $a$ عددا حقيقيا موجبا قطعا و مخالفا للعدد $1$
دالة اللوغاريتم للأساس $a$ هي الدالة العددية التي يرمز لها بالرمز $Log_a$ و المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي: $Log_a(x) = \dfrac{\ln x}{\ln a}$

### 2)-نتائج

$$Log_a(1) = 0 \qquad Log_a(a) = 1 \qquad Log_a(e) = \frac{1}{\ln a}$$

$\forall x > 0, Log_e(x) = \dfrac{\ln x}{\ln e} = \ln x$ ومنه $\ln = Log_e$.

$x$ و $y$ من المجال $]0,+\infty[$، و لكل $r$ من $\mathbb{Q}$، لدينا:

1)- $Log_a(xy) = Log_a(x) + Log_a(y)$

2)- $Log_a\left(\dfrac{1}{x}\right) = -Log_a x$

3)- $Log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = Log_a(x) - Log_a(y)$

4)- $Log_a(x^r) = rLog_a x$

## دراسة دالة اللوغاريتم للأساس $a$

الدالة $Log_a$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و لدينا : $\forall x>0,(Log_a)'(x)=\left(\dfrac{\ln x}{\ln a}\right)'=\dfrac{1}{x\ln a}$

و منه نستنج الجدولين التاليين :

**حالة $a>1$**

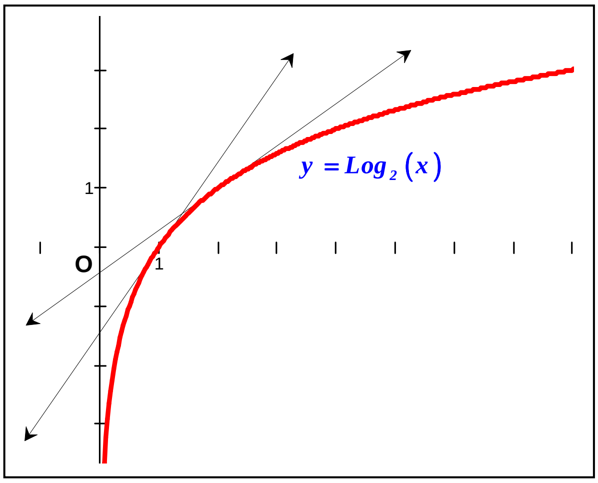
| $x$ | $0$ | | $1$ | | $a$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(Log_a)'(x)$ | ‖ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $Log_a(x)$ | ‖ $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**حالة $0<a<1$**

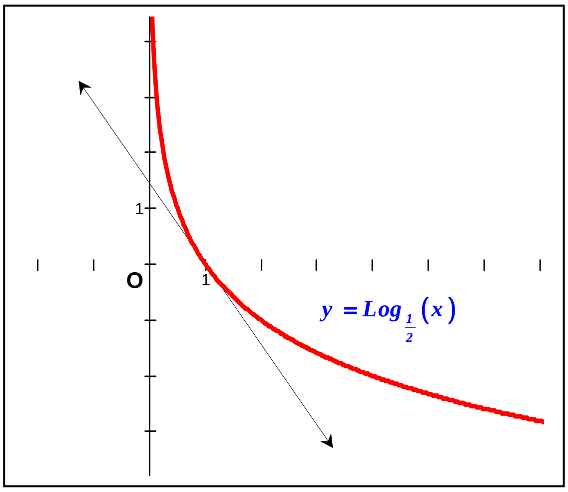
| $x$ | $0$ | | $a$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(Log_a)'(x)$ | ‖ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $Log_a(x)$ | ‖ $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\searrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

## إنشاء منحنى الدالة $Log_a$

**حالة $a>1$**




**حالة $0<a<1$**




## دالة اللوغاريتم العشري Fonction logarithme décimal

### تعريف

دالة اللوغاريتم العشري هي دالة اللوغاريتم للأساس $10$ و يرمز لها بالرمز $log$ عوض $Log_{10}$

و لدينا: $\forall x\in]0,+\infty[, log(x)=\dfrac{\ln x}{\ln 10}$.

$log(1)=0$ $\qquad$ $log(10)=1$ $\qquad$ $\forall r\in\mathbb{Q}, log(10^r)=r$