NOM: ___________________ PRÉNOM: ___________________

Fascicule de révisions
3e

L'équipe de mathématiques du collège Gaston Boucourt
F. Ferand – A. Flament – J. Potel

année 2013/2014

Table des matières

Thème 1 : Calculs numériques

I Priorités de calculs

RAPPELS:

1. Dans une expression contenant des parenthèses, on calcule en premier les parenthèses les plus intérieures (qui sont aussi les plus « petites »).
2. Dans une expression sans parenthèses, on calcule d'abord les multiplications et les divisions en commençant de la gauche vers la droite.
3. Dans une expression sans parenthèses dont les opérations sont uniquement des additions et des soustractions on effectue les calculs de la gauche vers la droite.

Exercice corrigé

Calcule l'expression $A = 13 - 15 \div 3 + ((5 \times 8 - 4 \times 9) \div 2)$

$$\begin{aligned}
A &= 13 - 15 \div 3 + (\underline{(5 \times 8 - 4 \times 9)} \div 2) \\
A &= 13 - 15 \div 3 + (\underline{(40 - 36)} \div 2) \\
A &= 13 - \underline{15 \div 3} + \underline{(4 \div 2)} \\
A &= \underline{13 - 5} + 2 \\
A &= 8 + 2 \\
A &= \boxed{10}
\end{aligned}$$

Puisque vous avez le droit à la calculatrice, il est toujours bon de vérifier vos calculs !

Exercice 1

Effectue les calculs suivants en indiquant chacunes des étapes :

A= $3,5 + 2,3 \times 5$

B= $453 - 7 \times 8 + 4,56$

C= $(18 - 7) \times (3 \times 4 + 8)$

D= $9 + 2 \times 12 + 2 \times 6 \times 3$

E= $((23 - 5) - 2) \times (5 + (3 \times 4 + 8))$

F= $((3 + 5 \times 2) - 4) \times 8$

Exercice 2

Calcule en détaillant les étapes :

A= $21 + 8 \times 2 - [2 + (13 - 9) \times 3] - (10 - 6)$

B= $66 \div 6 - (11 - 7) \times 3 \times [4 \times (4 - 2)] \div 12$

C= $[3 \times 7 - (18 - 9)] \times 2 + [(9 \times 3) + 1] - 8$

D= $12 - \frac{0,9 \times 30}{3}$

E= $\frac{12 - 5 \times 2}{15 + 2,5 \times 2}$

F= $8 \times 7 - 3 \times \frac{24 \div 3 + 8}{200 \times 0,02}$

Exercice 3

Pour chacun de ces quatre petits problèmes, trouve une expression numérique permettant de trouver la réponse puis calcule la en détaillant bien chaque étape.

Problème 1 Zoé achète trois livres à 5,20€ un et un CD à 19,80€. Elle a payé avec un billet de cinquante euros. Combien de monnaie lui a-t-on rendu ?

Problème 2 Pour récompenser les vainqueurs du CROSS du collège, le F.S.E. a acheté huit coupes à 24€ l'unité et seize médailles à 4,20€ l'unité. Quelle est la dépense totale du F.S.E. ?

Problème 3 Daniel a gagné 4 630€ aux courses. Il décide de donner 400€ à l'occasion du téléthon, de conserver la moitié du reste pour se payer un voyage, puis de distribuer la somme restante en parts égales à ses cinq enfants. Quelle somme reçoit chacun de ses petits enfants ?

Problème 4 Hassan a économisé 84,70€. Il s'achète une raquette de tennis à 49,50€ et offre la moitié de la somme restante à son petit frère. Quelle somme lui reste-t-il ?

II Calculs fractionnaire

RAPPELS:

1. On peut multiplier ou diviser le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre sans modifier la valeur de la fraction.
2. Pour additionner ou soustraire deux fractions il est nécessaire de les mettre au même dénominateur puis on additionne ou on soustrait les numérateurs entre eux.
3. Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.
4. Diviser un nombre par une fraction revient à multiplier par son inverse (l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ où a et b sont deux nombres non nuls).
5. Ne pas oublier de simplifier le résultat.

Comme dans la section précédente, il ne faut pas hésiter à utiliser la calculatrice pour vérifier ses calculs.
Les règles de priorités de calculs s'appliquent également aux calculs fractionnaires

Exercice corrigé

Calcule les expressions $B=\frac{5}{4}-\frac{3}{7}$, $C=\frac{-5}{4}\times\frac{8}{25}$ et $D=\frac{\frac{32}{21}}{-\frac{48}{35}}$

$$B=\frac{5}{4}-\frac{3}{7}$$
$$B=\frac{5\times7}{4\times7}-\frac{3\times4}{7\times4}$$
$$B=\frac{35}{28}-\frac{12}{28}$$
$$B=\frac{35-12}{28}$$
$$B=\boxed{\frac{23}{28}}$$

$$C=\frac{-5}{4}\times\frac{8}{25}$$
$$C=\frac{-5\times8}{4\times25}$$
$$C=\frac{-5\times2\times4}{4\times5\times5}$$
$$C=\boxed{\frac{-2}{5}}$$

$$D=\frac{\frac{32}{21}}{-\frac{48}{35}}$$
$$D=\frac{32}{21}\div\left(-\frac{48}{35}\right)$$
$$D=\frac{32}{21}\times\left(-\frac{35}{48}\right)$$
$$D=-\frac{32\times35}{21\times48}$$
$$D=-\frac{16\times2\times7\times5}{3\times7\times16\times3}$$
$$D=-\frac{2\times5}{3\times3}$$
$$D=\boxed{-\frac{10}{9}}$$

Exercice 4

Effectue les calculs et donne les résultats sous forme simplifiée :

A= $\frac{5}{6}+\frac{7}{6}$ | B= $\frac{8}{9}-\frac{5}{9}$ | C= $\frac{5}{54}+\frac{7}{6}$ | D= $\frac{4}{3}-\frac{2}{9}$

Exercice 5

Simplifie puis calcule les produits ci-dessous.

A= $\frac{7}{16}\times\frac{20}{7}$ | B= $\frac{9}{56}\times\frac{80}{3}$ | C= $\frac{1}{40}\times\frac{16}{3}$ | D= $\frac{49}{60}\times\frac{40}{21}$

Exercice 6

Calcule les expressions suivantes, ATTENTION AUX PRIORITÉS DE CALCUL ! ! !

A= $\frac{7}{4}-\frac{15}{7}\times\frac{21}{40}$ | B= $\frac{7}{3}\times\frac{5}{4}-\frac{11}{15}\times\frac{25}{22}$ | C= $\left(\frac{11}{8}+\frac{3}{4}\right)\times\frac{4}{17}$ | D= $\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}$

Exercice 7

Effectue les calculs ci-dessous :

A= $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{9}{5}}$ | C= $\frac{\frac{5}{6}}{7}$ | E= $\frac{2-\frac{7}{6}}{3+\frac{7}{6}}$ | G= $\frac{3}{4}\times\frac{20}{7}+5+\frac{14}{9}$

B= $\frac{\frac{4}{11}}{\frac{7}{8}}$ | D= $\frac{5}{\frac{6}{7}}$ | F= $\frac{\frac{5}{6}-\frac{6}{4}}{\frac{5}{8}}$ | H= $2-\frac{3+\frac{1}{3}}{2-\frac{1}{2}}$

Exercice 8 (Vu au brevet)
Au goûter, Lise mange $\frac{1}{4}$ du paquet de gâteaux qu'elle vient d'ouvrir. De retour du collège, sa soeur Agathe mange les $\frac{2}{3}$ des gâteaux restants dans le paquet entamé par Lise. Il reste alors 5 gâteaux.

Quel était le nombre initial de gâteaux dans le paquet ?

Dans cet exercice, toute trace de recherche sera prise en compte dans l'évaluation.

III Calculs avec des puissances

RAPPELS:

$a \neq 0$, $b \neq 0$; m et n sont des entiers relatifs.

Propriétés	**Exemples**
$a^n = \underbrace{a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$	$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
$10^n = 1\underbrace{0\ldots0}_{n \text{ zéros}}$	$10^5 = 100\ 000$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$
$a^1 = a$	$10^1 = 10$
$a^0 = 1$	$4^0 = 1$
$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$7^{-1} = \frac{1}{7}$
$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$3^2 \times 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{10^5}{10^2} = 10^{5-2} = 10^3$
$(a^n)^m = a^{n \times m}$	$(3^2)^6 = 3^{2\times 6} = 3^{12}$
$a^n \times b^n = (a \times b)^n$	$4^3 \times 5^3 = (4 \times 5)^3 = 20^3$

L'écriture scientifique d'un nombre est de la forme $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$ et n un entier relatif.
$4\ 200\ 000 = 4,2 \times 10^4$ et $0,001\ 9 = 1,9 \times 10^{-3}$

Les règles de priorités de calculs s'appliquent également aux calculs d'expressions contenant des puissances, en ajoutant qu'après avoir effectué les calculs entre parenthèses, on calcule la ou les puissances.

Exercice 9
Exprime sous la forme d'une puissance de 10 chacun des nombres suivants :

(a) $10^9 \times 10^5$ | (b) $\frac{10^5}{10^{-7}}$ | (c) $\frac{1}{10^{-7}}$ | (d) $2^6 \times 5^6$ | (e) $(10^{-5})^{-3}$ | (f) $\frac{10^{-8} \times 10^2}{10^{-7} \times 10^{11}}$

Exercice 10
Calcule chaque expression :

A= $8 \times (-2)^3 - 10$ | B= $-5^2 - 7 \times (-9)$ | C= $(2+3)^2 - (2^2 + 3^2)$

Exercice 11
Recopie et complète :

(a) $78,4 = 7,84 \times 10^{\cdots}$ | (b) $0,753\ 1 = 7,531 \times 10^{\cdots}$ | (c) $5\ 897 = 5,897 \times 10^{\cdots}$

Exercice 12
1. Donne l'écriture scientifique de chaque nombre :

   A= 250 | B= $0,54$ | C= $0,012\ 8$ | D= $5\ 423\ 900$

2. Déduis-en un encadrement de chaque nombre entre deux puissances de 10 consécutives.

Exercice 13 (Brevet – Liban, juin 2009)
On donne l'expression numérique :

$$A = 2 \times 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$$

1. Donne l'écriture décimale de A.
2. Donne l'écriture scientifique de A.
3. Écris A sous la forme d'un produit d'un nombre entier par une puissance de 10.
4. Écris A sous la forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction irréductible inférieure à 1.

Exercice 14 (Vu au brevet)
Donne l'écriture scientifique des nombre A et B :

$$A = \frac{3\times10^5 - 6\times10^3}{3\times10^{11}} \text{ et } B = \frac{6\times10^{12}\times35\times10^{-4}}{14\times10^3}$$

IV Racine carrée

RAPPELS:

La racine carrée d'un nombre a **positif** est le nombre qui élevé au carré donne a. Ainsi $(\sqrt{a})^2 = a$	$\sqrt{25} = 5$ $\sqrt{3^2} = 3$ $(\sqrt{4})^2 = 4$ $\sqrt{-6}$ n'existe pas $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$
$\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{a\times b}$	$\sqrt{3}\times\sqrt{2} = \sqrt{3\times2} = \sqrt{6}$
Pour simplifier une racine carrée, on fait apparaître un carré parfait (ce sont les nombres sur la diagonale de la table de Pythagore), c'est à dire : 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144 …	$\sqrt{32} = \sqrt{16\times2} = \sqrt{16}\times\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{30}} = \sqrt{\frac{14}{30}} = \sqrt{\frac{2\times7}{2\times15}} = \sqrt{\frac{7}{15}}$ $\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}} = \frac{7}{4}$

les égalités ne sont pas vérifiées pour l'addition et la soustraction :

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$$

Exercice 15
Écris les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$.

(a) $4\sqrt{2}+2\sqrt{2}$ | (b) $7\sqrt{3}-9\sqrt{3}$ | (c) $\sqrt{3}-8\sqrt{3}+15\sqrt{3}$ | (d) $3\sqrt{2}-5\sqrt{2}+\sqrt{2}$

Exercice 16
Écris les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux entiers relatifs.

(a) $\sqrt{8}+7\sqrt{2}$ | (b) $\sqrt{5}-\sqrt{20}$ | (c) $2\sqrt{3}-\sqrt{75}$ | (d) $4\sqrt{2}-5\sqrt{8}+3\sqrt{18}$

Exercice 17
Écris les nombres suivants sous la forme $a+b\sqrt{c}$ où a, b et c sont des entiers relatifs avec c le plus petit possible.

(a) $7-\sqrt{12}-8+3\sqrt{27}$ | (b) $3\sqrt{50}-\sqrt{49}+2\sqrt{8}$ | (c) $2\sqrt{18}+\sqrt{16}-7\sqrt{31}$

Exercice 18
Écris les quotients suivants sans radical au dénominateur :

(a) $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ | (b) $\frac{-4\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ | (c) $\frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{8}}$ | (d) $\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{6}}{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}$

Exercice 19 (Vu au brevet)
On donne le programme de calcul suivant :

– Choisir un nombre. – Lui ajouter 3. – Multiplier cette somme par 4. – Enlever 12 au résultat obtenu.

1. Montre que si le nombre choisi au départ est 2, on obtient comme résultat 8.
2. Calcule la valeur exacte du résultat obtenu lorsque :
   (a) le nombre choisi est $\frac{1}{3}$;
   (b) le nombre choisi est $\sqrt{5}$.
3. (a) À ton avis, comment peut-on passer, en une seule étape, du nombre choisi au départ au résultat final ?
   (b) Démontre ta réponse. *Dans cette question, toute trace de recherche sera prise en compte dans l'évaluation.*

Thème 2 : Cacul littéral

I Développements

RAPPELS:	
$k \times (a+b) = k \times a + k \times b$	$3(x-2y) = 3 \times x - 3 \times 2y = 3x - 6y$
$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$	$(x-y)(x-2y) = x^2 - 2xy - yx + 2y^2$ $= x^2 - 3xy + 2y^2$
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 4$ $(6x-4)^2 = 36x^2 - 48x + 16$ $(x+3)(x-3) = x^2 - 9$

Exercice 20
Développe chaque expression puis donne une écriture simplifiée :

A= $5 \times (a+9)$	C= $3 \times (10+b)$	E= $(11+c) \times 7$	G= $(d+8a+b) \times 8$
B= $2 \times (a-4)$	D= $5 \times (6-b)$	F= $(9,3-c) \times 7$	H= $(d-2g+3c) \times 10$

Exercice 21
Développe puis réduis chaque expression :

A= $(x+1)(x+5)$	C= $(5u+1)(2-3u)$	E= $(4z+3)^2$	G= $5z-(4z+3)(-2z-5)$
B= $(4x+5)(2x+6)$	D= $(-3+n)(-2n-5)$	F= $6+(5y-2)(3-4y)$	H= $6(2x-1)(3-x)$

Exercice 22
Développe chaque expression :

(a) $(x-7)^2$	(c) $(2x-7)(7+2x)$	(e) $(-x+5)^2$	(g) $(6-5x)^2$
(b) $(2x+8)^2$	(d) $(7-6x)(7+6x)$	(f) $(7x-(-4))^2$	(h) $(5x+5x)^2$

Exercice 23
Développe puis réduis les expressions suivantes :

A= $(x-2)^2-(4x+3)(5x-6)-(12x^2-7)$	B= $4x-(-5x+8x^2)+(4x-9)(3x+2)-(2x+7)^2$

Exercice 24
On considère un carré de côté $9x-4$.

1. Exprime l'aire de ce carré en fonction de x puis développe l'expression ainsi obtenue.
2. Calcule l'aire de ce carré lorsque $x = \frac{2}{3}$.

Exercice 25
Démontre que le triangle de côtés $3x+9$, $4x+12$ et $5x+15$ est rectangle [1].

1. voir IV page 20

II Factorisation

RAPPELS:

Deux méthodes pour factoriser, la première en repérant le facteur commun, la seconde à l'aide des identités remarquables.

Exercice corrigé
On souhaite factoriser l'expression $(3x-5)(2x+8)-(3x-5)(4x-9)$:

$$(3x-5)(2x+8)-(3x-5)(4x-9)$$

On repère le facteur commun aux deux termes de la somme

$$\boxed{(3x-5)}(2x+8)-\boxed{(3x-5)}(4x-9)$$

On place le facteur commun en premier et on écrit tout le reste entre crochets

$$(3x-5)[(2x+8)-(4x-9)]$$

On supprime les parenthèses à l'intérieur des crochets, ATTENTION AUX SIGNES!

$$(3x-5)[2x+8-4x+9]$$

On réduit l'expression entre crochets

$$(3x-5)[-2x+17]$$

Exercice corrigé
On souhaite factoriser l'expression $9x^2-24x+16$:

$$9x^2-24x+16$$

On reconnaît la 2e identité remarquable

$$(3x)^2-2\times 3x\times 4+4^2$$

On modifie l'expression pour faire apparaître $a^2-2ab+b^2$

$$a^2-2\times a\times b+b^2$$

On identifie les coefficients a et b et on remplace dans $(a-b)^2$

$$(3x-4)^2$$

Exercice 26
Factorise puis réduis les expressions suivantes :

A= $(2x-1)(x-5)+(3x+7)(x-5)$
B= $(2x+5)(x-3)+(2x+5)(-3x+1)$
C= $(3x+7)(2x-9)-(3x+7)(5x-7)$
D= $(-3x+4)(3x-8)-(-3x+4)(7x+2)$
E= $(8y+3)(5y+7)-3(8y+3)(2y-1)$
F= $(2x+1)(x-3)+(2x+1)$
G= $(3x+2)-(2x-7)(3x+2)$
H= $-x-(3x-2)x$

Exercice 27
Factorise chaque expression :

A= $9x^2+30x+25$
B= $x^2+10x+25$
C= $4t^2+24t+36$
D= $9x^2+64+48x$
E= $9+4x^2-12x$
F= x^2-2x+1
G= $y^2-18y+81$
H= $16x^2+25-40x$
I= x^2-49
J= $81-t^2$
K= $16x^2-36$
L= $25-4y^2$

III Équations

Résoudre une équation d'inconnue x [2], c'est chercher la ou les valeur(s) de x (si elle(s) existe(nt)) qui vérifient l'égalité.

2. l'inconnue est traditionnellement notée x, mais ce n'est pas toujours le cas.

1 Équation du premier degré à une inconnue

RAPPELS:

Propriété

On peut additionner, soustraire, multiplier ou diviser les deux membres d'une équation par un même nombre sans la modifier.

Exercice corrigé

On résout l'équation $5x-6=4+3x$:

$$\begin{array}{rrcll} & 5x-6 & = & 4+3x & \\ -3x & & & & -3x \\ & 2x-6 & = & 4 & \\ +6 & & & & +6 \\ & 2x & = & 10 & \\ \div 2 & & & & \div 2 \\ & x & = & 5 & \end{array}$$

On regroupe à gauche les termes en x

On regroupe à droite les nombres sans x

On divise par « le nombre de x »

Exercice 28

Résous les équations suivantes :

(a) $105x+250=-300-145x$

(b) $-8,3x-7,2=6,3-8x$

(c) $32-20x=5x+18$

(d) $53-12x=48x-47$

Exercice 29

Je pense à un nombre. Que je lui ajoute 15 et que je multiplie le tout par 2 ou que j'enlève son triple à 100, je trouve le même résultat. Quel est ce nombre ?

Exercice 30 (Vu au brevet)

2 est-il solution de l'équation $2a^2-3a-5=1$?

2 Équation produit

RAPPELS:

Une équation produit est une équation de la forme $(ax+b)(cx+d)=0$, c'est à dire le produit de deux expressions littérales égales à 0.

Il est important de savoir reconnaître une équation produit.

Exercice corrigé

Résous l'équation $(2x+1)(3x-5)=0$.

On reconnaît une équation produit, or un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul. Donc :

$$\begin{array}{rcr} 2x+1=0 & \text{ou} & 3x-5=0 \\ 2x=-1 & \text{ou} & 3x=5 \\ x=\dfrac{-1}{2} & \text{ou} & x=\dfrac{5}{3} \end{array}$$

Les solutions de cette équation sont $\frac{-1}{2}$ et $\frac{5}{3}$.

Il est important de savoir résoudre une équation du premier degré à une inconnue afin de pouvoir résoudre une équation produit.

Exercice 31 (Vu au brevet)

On donne l'expression $A=(2x+1)(x-5)$

1. Développe et réduis A.
2. Calcule A pour $x=3$.

3. Résous l'équation $A = 0$.

Exercice 32 (Vu au brevet)
Résous les équations suivantes :

(a) $(x+2)(3x-5) = 0$

(b) $x+2(3x-5) = 0$

Exercice 33
Résous les équations suivantes :

(a) $(x+3)^2 - (x+3)(2x-1) = 0$

(b) $\left(6x - \frac{1}{7}\right)(x+4) + \left(6x - \frac{1}{7}\right)(2x-3) = 0$

3 Équation du type $x^2 = a$

RAPPELS:

Une équation du type $x^2 = a$ ou a est un nombre **positif** admet deux solutions qui sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.
Cette équation n'admet pas de solutions lorsque a est négatif.

Exercice corrigé
On résout l'équation : $(4x-2)^2 = 4$.

$$(4x-2)^2 = 4$$

$4x-2 = \sqrt{4}$	ou	$4x-2 = -\sqrt{4}$
$4x-2 = 2$	ou	$4x-2 = -2$
$4x = 4$	ou	$4x = 0$
$x = 1$	ou	$x = 0$

Les solutions de cette équation sont 0 et 1.

Exercice 34
Trouve la ou les solutions des équations suivantes :

(a) $x^2 = 9$

(b) $x^2 = 5$

(c) $x^2 = \frac{25}{16}$

(d) $x^2 = 0$

(e) $x^2 = -16$

(f) $4x^2 = 49$

Exercice 35

(a) $x^2 - 5 = 20$

(b) $8 + 2x^2 = 40$

(c) $7x^2 - 3 = 6x^2 + 27$

(d) $x^2 + 110 = 10$

IV Inéquations

RAPPELS:

Propriété

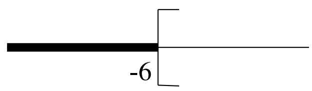
1. On peut additionner ou soustraire un même nombre des deux côtés d'une inéquation sans la modifier.
2. On peut multiplier ou diviser par un nombre **positif non nul** les deux côtés d'une inéquation sans la modifier.
3. On peut multiplier ou diviser par un nombre **négatif non nul** les deux côtés d'une inéquation à condition d'inverser le sens de l'inéquation.

Exercice corrigé

On résout l'inéquation $-2x+4>16$

$$\begin{array}{rcccl} & -2x+4 & > & 16 & \\ -4 & & & & -4 \\ & -2x & > & 12 & \\ \div(-2) & & & & \div(-2) \\ & x & < & -6 & \end{array}$$

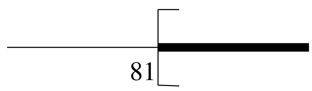
On représente les solutions sur un axe, attention au sens du crochet, ici -6 n'est pas solution de l'inéquation, on tourne donc le crochet pour indiquer que -6 est tourné vers l'extérieur.



On résout l'inéquation $-\frac{x}{9}+7 \leqslant -2$

$$\begin{array}{rcccl} & -\frac{x}{9}+7 & \leqslant & -2 & \\ -7 & & & & -7 \\ & -\frac{x}{9} & \leqslant & -9 & \\ \times(-9) & & & & \times(-9) \\ & x & \geqslant & 81 & \end{array}$$

On représente les solutions sur un axe, attention au sens du crochet, ici 81 est solution de l'inéquation, on tourne donc le crochet pour indiquer que 81 est tourné vers l'intérieur.



Surtout il ne faut pas oublier que quand on multiplie ou divise par un nombre négatif on inverse le sens de l'inégalité.

Exercice 36

Résous les inéquations suivantes :

(a) $4x-3>6$

(b) $3x+2 \leqslant -7$

(c) $-5x+10<12$

(d) $-6x+11 \geqslant 7$

(e) $x-1<5-5x$

(f) $4x+3 \leqslant x-2$

(g) $-x+40<10+x$

(h) $-6x+11 \geqslant 4x$

Exercice 37 (Vu au brevet)

Un cinéma propose deux tarifs :

Tarif 1 : 7,50€ la place.

Tarif 2 : 5,25€ la place sur présentation d'une carte d'abonnement de 27€ valable un an.

(a) On désigne par x le nombre de places achetées au cours d'une année.
On note P_1 le prix payé avec le tarif 1 et P_2 le prix payé avec le tarif 2.
Exprime P_1 et P_2 en fonction de x.

(b) À partir de combien de places a-t-on intérêt à s'abonner ?

Exercice 38 (Vu au brevet)

1. (a) 60 est-il solution de l'inéquation : $2,5x-75>76$?
   (b) Résous l'inéquation et représente les solutions sur un axe. Hachure la partie de l'axe qui ne correspond pas aux solutions.
2. Pendant la période estival, un marchand de glaces a remarqué qu'il dépensait 75€ par semaine pour faire, en moyenne, 150 glaces.
   Sachant qu'une glace est vendue 2,50€, combien doit-il vendre de glaces, au minimum, dans la semaine pour avoir un bénéfice supérieur à 76€ ?
   Explique ta démarche.

V Systèmes de deux équations à deux inconnues

RAPPELS:

Il existe deux méthodes pour résoudre des systèmes d'équation.

1re méthode :
Lorsque l'une des inconnues a pour coefficient 1 ou -1.

$$\begin{cases} x+2y=-4 \\ 3x-2y=12 \end{cases}$$

On exprime x en fonction de y dans la première équation

$$x=-4-2y$$

On remplace x dans la deuxième

$$3(-4-2y)-2y=12$$

On développe le membre de gauche

$$-12-6y-2y=12$$

On réduit le membre de gauche

$$-12-8y=12$$

On résout l'équation obtenue

$$-8y=12+12$$
$$-8y=24$$
$$y=\frac{24}{-8}$$
$$y=-3$$

On remplace y par -3

$$x=-4-2\times(-3)$$
$$x=-4+6$$
$$x=2$$

La solution du système est $(2;-3)$.

RAPPELS:

Deuxième méthode

$$\begin{cases} 5x+4y=-1 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$$

On multiplie l'équation 2 par 2 pour avoir le même coefficient devant y

$$\begin{cases} 5x+4y=-1 \\ 6x-4y=2 \end{cases}$$

On additionne les deux équations pour obtenir...

$$11x=1$$
$$x=\frac{1}{11}$$

On remplace x par $\frac{1}{11}$ dans l'une des équations puis on résout

$$3\times\frac{1}{11}-2y=1$$
$$\frac{3}{11}-2y=1$$
$$-2y=1-\frac{3}{11}$$
$$-2y=\frac{8}{11}$$
$$y=-\frac{8}{22}=-\frac{4}{11}$$

La solution du système est $\left(\frac{1}{11},\frac{-4}{11}\right)$.

Exercice 39
Résous les systèmes d'équations suivants.

1. $\begin{cases} 2x+5y=7 \\ 3x+4y=-3 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 3x+5y=2 \\ 5x+2y=-1 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 2x-5y=-1 \\ 3x+7y=4 \end{cases}$
4. $\begin{cases} 3x-2y=-18 \\ 9x+10y=-6 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x-3y=2 \\ 2x-7y=6 \end{cases}$
6. $\begin{cases} 5x-2y=-7 \\ 3x+y=-2 \end{cases}$
7. $\begin{cases} 6x+y=8 \\ 10x+7y=-8 \end{cases}$
8. $\begin{cases} 7x+4y=-5 \\ x+3y=9 \end{cases}$

Exercice 40 (Vu au brevet)

1. Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 2x+3y=30 \\ x-y=5 \end{cases}$
2. Le CDI d'un collège a acheté deux exemplaires d'une même bande dessinée et trois exemplaires du même livre de poche pour la somme de 30€.
   Une bande dessinée coûte 5€ de plus qu'un livre de poche.
   Quel est le prix en euros d'une bande dessinée ?
   Quel est le prix en euros d'un livre de poche ?

Exercice 41 (Vu au brevet)
Une fermière vend 3 canards et 4 poulets pour $70,30$ €.
Un canard et un poulet valent ensemble $20,70$ €.
Détermine le prix d'un poulet et celui d'un canard.

Exercice 42
Parmi les 1 500 élèves que compte un collège, 455 d'entre eux vont visiter le château de Versailles. Ce groupe de 455 élèves représente 28% des filles et 32% des garçons du collège.

Combien y a-t-il de filles et de garçons dans ce collège ?

Thème 3 : Le triangle rectangle

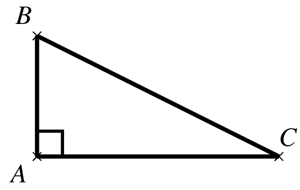
I Le théorème de Pythagore

RAPPELS:

Le théorème de Pythagore permet de calculer une longueur **dans un triangle rectangle** quand on connaît déjà deux autres longueurs.

Énoncé du théorème : Dans un triangle rectangle le carré de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des deux autres côtés.
C'est à dire : si on considère le triangle ABC ci-contre rectangle en A,

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$



Exercice corrigé
On considère le triangle ABC ci-dessus rectangle en A.

Cas 1 : On donne $AC = 8$ et $AB = 7$. Calcule la longueur BC.

Cas 2 : On donne $BC = 9$ et $AC = 6$. Calcule la longueur AB.

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a :

Cas 1

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ BC^2 &= 7^2 + 6^2 \\ BC^2 &= 49 + 36 \\ BC^2 &= 85 \\ BC &= \sqrt{85} \\ BC &\approx \boxed{9,22} \end{aligned}$$

Cas 2 :

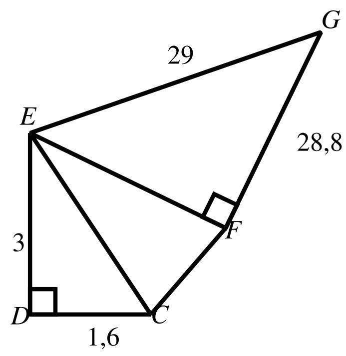
$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ 9^2 &= AB^2 + 6^2 \\ 81 &= AB^2 + 36 \\ AB^2 &= 81 - 36 \\ AB^2 &= 45 \\ AB &= \sqrt{45} \\ AB &\approx \boxed{6,71} \end{aligned}$$

Ne pas oublier que l'hypoténuse est le plus grand côté d'un triangle rectangle, donc pensez à toujours vérifier la cohérence de vos résultats.
Et sachez identifier l'hypothénuse dans un triangle rectangle ...

Exercice 43
Les questions sont indépendantes.

1. Soit un triangle PAF rectangle en A tel que $AP = 4$ cm et $AF = 5$ cm. Calcule la longueur PF, tu donneras la valeur arrondie au centième.
2. Soit PLM un triangle rectangle en L tel que $PM = 12$ cm et $PL = 8$ cm. Calcule la longueur ML, tu donneras la valeur arrondie au centième.

Exercice 44
On considère la figure ci-contre. Démontre que le triangle ECF est isocèle en E.



II La réciproque du théorème de Pythagore

RAPPELS:

La réciproque du théorème de Pythagore permet de démontrer qu'un triangle est rectangle en connaissant les longueurs de ces trois côtés.
Soit un triangle ABC dont $[AC]$ est le plus grand côté.
Si $AC^2 = AB^2 + BC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en B
Si $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$ alors le triangle ABC n'est pas rectangle (dans ce cas il s'agit de la contraposée du théorème de Pythagore).

Exercice corrigé

Q–1 Soit EDF un triangle tel que $ED = 12,8$ cm, $DF = 9,6$ cm et $EF = 16$ cm. Le triangle EDF est-il rectangle ?

Q–2 Soit LOK un triangle tel que $LO = 1,5$ cm, $LK = 2,6$ cm et $OK = 3$ cm. Le triangle LOK est-il rectangle ?

R–1 Le plus grand côté est $EF = 16$ cm.
D'une part : $EF^2 = 16^2 = 256$ et d'autre part : $ED^2 + DF^2 = 12,8^2 + 9,6^2 = 163,84 + 92,16 = 256$.
Donc $EF^2 = ED^2 + DF^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EDF est rectangle en D.

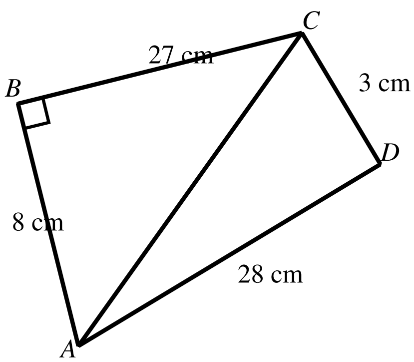
R–2 Le plus grand côté est $OK = 3$ cm.
D'une part : $OK^2 = 3^2 = 9$ et d'autre part : $LK^2 + LO^2 = 2,6^2 + 1,5^2 = 6,76 + 2,25 = 9,01$.
Donc $OK^2 \neq LK^2 + LO^2$, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle LOK n'est pas rectangle.

Démontrer qu'un triangle est rectangle revient à démontrer qu'un angle est droit ou encore que deux droites sont perpendiculaires. Attention donc une même question peut-être formulée de plusieurs façons différentes.

Exercice 45
Dans chaque cas, dis si le triangle ABC est rectangle ou non, si oui précise en quel point.

(a) $AB = 4,8$ cm, $BC = 3,6$ cm et $AC = 6$ cm.
(b) $AB = 4,1$ dm, $BC = 7$ dm et $AC = 5,7$ dm.
(c) $AB = 89$ mm, $BC = 39$ mm et $AC = 80$ mm.
(d) $AB = 4,1$ m, $BC = 4,3$ m et $AC = 5,8$ m.

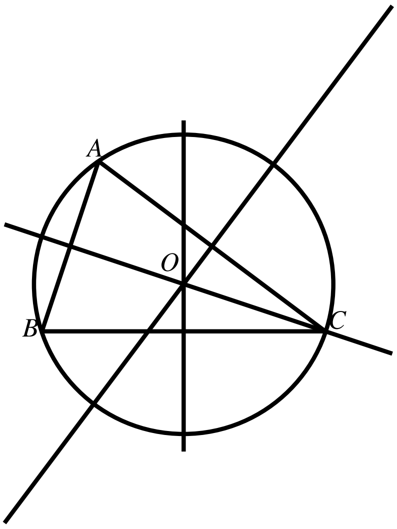
Exercice 46
On considère la figure suivante qui n'est pas à l'échelle. Prouve que le triangle ADC est rectangle.

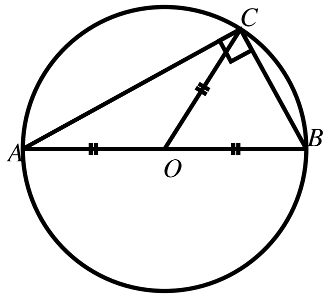


III Triangle rectangle et cercle

RAPPELS:

1. Dans un triangle les médiatrices sont concourrantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit au triangle.
2. Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse. On en déduit que la longueur de la médiane issue de l'angle droit d'un triangle rectangle est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.
3. Si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle, alors le triangle est rectangle.



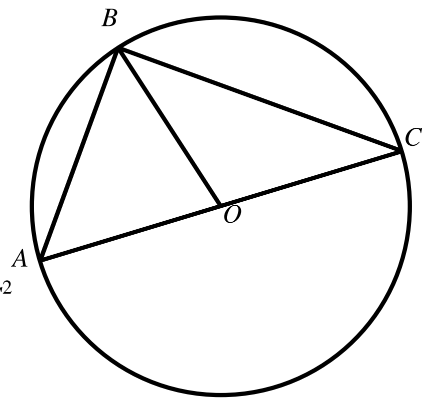


Afin de préparer au mieux cette section, il est judicieux de revoir les droites remarquables du triangle (médianes et médiatrices).

Exercice corrigé

On considère la figure ci-contre,

on sait que $AB = 3$ cm et $BC = 4$ cm et B est un point du cercle.
De plus $[AC]$ est un diamètre du cercle et O est le milieu de $[AC]$.
Calcule la longueur OB.



Étape 1 : $[AC]$ est un diamètre du cercle et B est un point du cercle donc le triangle ABC est rectangle en B.

Étape 2 : Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore on a :

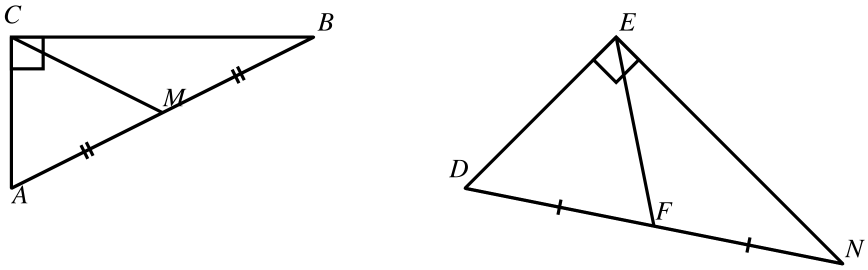
$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ AC^2 &= 3^2 + 4^2 \\ AC^2 &= 9 + 16 \\ AC^2 &= 25 \\ AC &= 5 \end{aligned}$$

Étape 3 : O est le milieu de $[AC]$ et le triangle ABC est rectangle en B. Dans un triangle rectangle la longueur de la médiane issue de l'angle droit est la moitié de la longueur de l'hypoténuse. Donc :

$$BO = \frac{AC}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

La longueur BO est de $2,5$ cm.

Exercice 47
On considère les triangles ci-dessous :

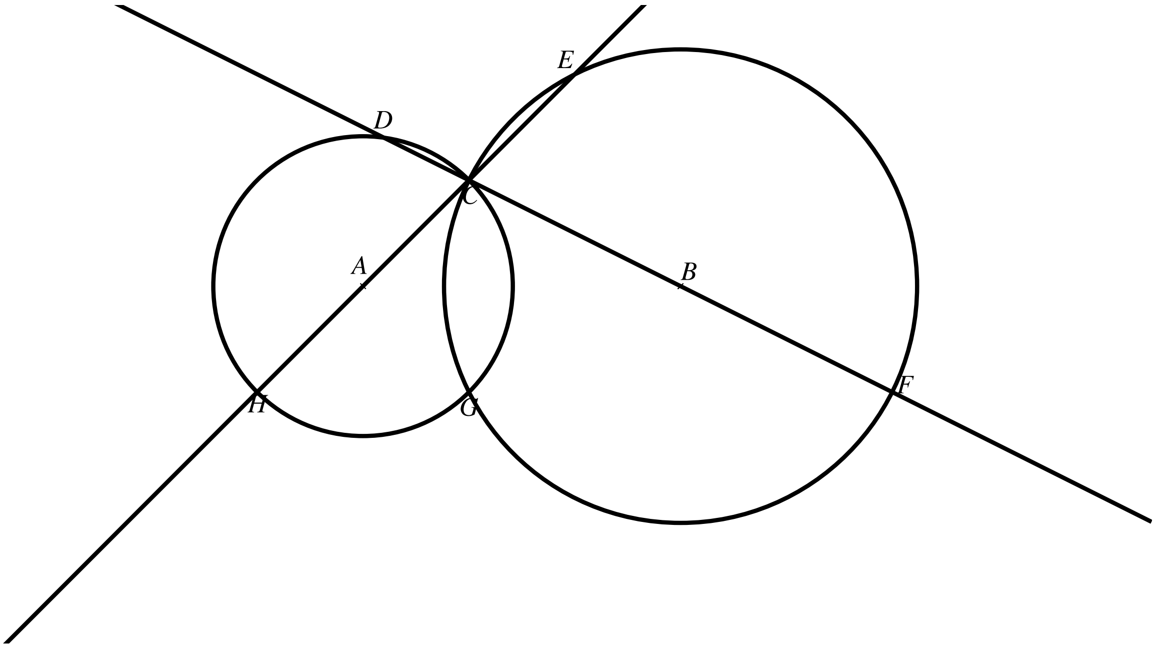


On donne $CM = 5$ cm et $DN = 8$ cm. Calcule en justifiant les longueurs AB et EF.

Exercice 48
$BIEN$ est un rectangle de centre M.

1. Que représente le point M pour le segment $[EB]$? Justifie.
2. Quel est le centre du cercle circonscrit au traingle BIE ? Pourquoi ?
3. Pourquoi N appartient-il à ce cercle ?

Exercice 49
On considère deux cercles $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ de centres respectifs A et B. Les points C et G sont leurs deux points d'intersection.
La droite (AC) recoupe le cercle $(\mathscr{C}_1)$ en H et $(\mathscr{C}_2)$ en E.
La droite (BC) recoupe $(\mathscr{C}_1)$ en D et $(\mathscr{C}_2)$ en F.

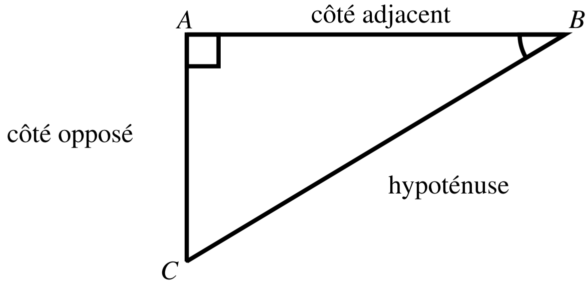


1. Démontre que les droites (HG) et (GC) sont perpendiculaires. De même, que peux-tu dire des droites (GF) et (GC) ?
2. Démontre que les points H, G et F sont alignés.
3. Quelle est la nature du triangle HDF ? Justifie.
4. Démontre que les points H, D, E et F sont cocycliques, c'est à dire situés sur un même cercle. Tu préciseras un diamètre de ce cercle.

IV Trigonométrie

RAPPELS:

1. Les formules de trigonométrie permettent de calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle quand on connaît un angle et une longueur ou de calculer la mesure d'un angle quand on connaît deux longueurs **(toujours dans un triangle rectangle)**.
2. Tout d'abord il est nécessaire de bien identifier les trois côtés d'un triangle rectangle. Ainsi sur la figure ci-dessous, on considère l'angle $\widehat{ABC}$:



Les formules sont :

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC} \qquad \sin\widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC} \qquad \tan\widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{AC}{AB}$$

Il faut IMPÉRATIVEMENT vérifier que la calculatrice est en mode « degré ».
On retiendra les moyens mnémotechniques « SOHCAHTOA » et « CAHSOH TOA » permettant de retenir les formules.

Exercice corrigé

On considère le triangle ABC ci-dessus. Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. On donne $AB = 5$ cm et $\widehat{ABC} = 25°$.
   (a) Calcule une valeur approchée au mm de AC.
   (b) Calcule une valeur approchée au mm de BC.
2. On donne $BC = 7$ cm et $AC = 3$ cm. Détermine la mesure de $\widehat{ABC}$.

1. (a) Dans le triangle ABC rectangle en A on a :

$$\tan\widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$
$$\tan 25 = \frac{AC}{5}$$
$$AC = 5 \times \tan 25$$
$$AC \approx 2,3 \text{ cm}$$

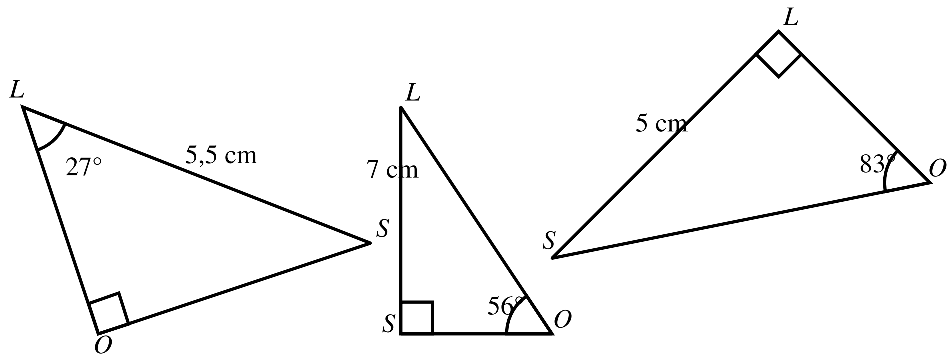
(b) Dans le triangle ABC rectangle en A on a :

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$
$$\cos 25 = \frac{5}{BC}$$
$$BC = \frac{5}{\cos 25}$$
$$BC \approx 5,5 \text{ cm}$$

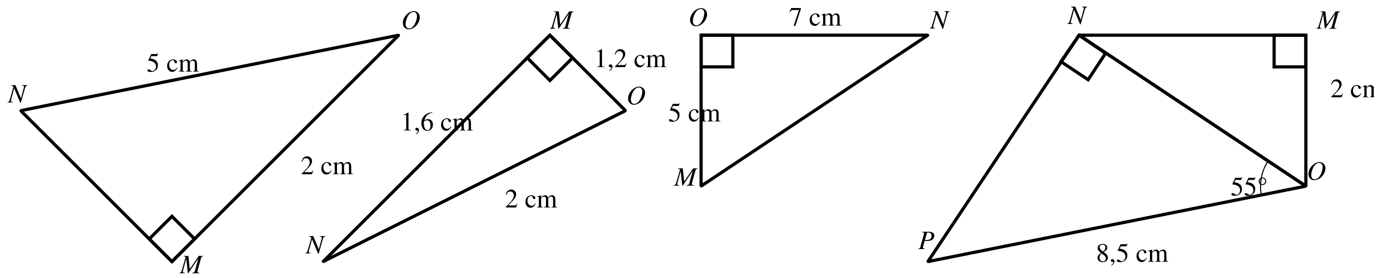
2. Dans le triangle ABC rectangle en A on a :

$$\sin\widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$
$$\sin\widehat{ABC} = \frac{3}{7}$$
$$\widehat{ABC} = \sin^{-1}\left(\frac{3}{7}\right)$$
$$\widehat{ABC} \approx 25,4$$

Exercice 50
Dans chaque cas, calcule la valeur arrondie au dixième de la longueur SO.



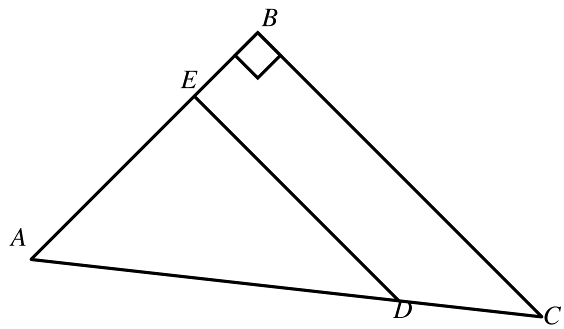
Exercice 51
Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle $\widehat{MNO}$; donne la valeur arrondie au degré.



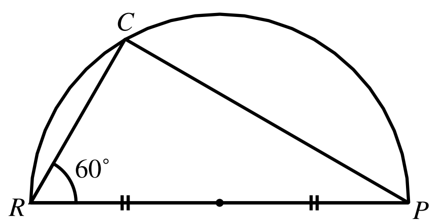
Exercice 52 (Vu au brevet)
Le dessin donné ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

- ABC est un triangle rectangle en B ;
- E est sur le segment $[AB]$ et D sur le segment $[AC]$;
- $AE = 2,4$ cm ;
- $AB = 3$ cm ;
- $AC = 8$ cm ;
- $AD = 6,4$ cm.

1. Construis la figure en vraie grandeur.
2. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ à un degré près.
3. Démontre que AED est un triangle rectangle.



Exercice 53 (Vu au brevet)
Voici une carte découverte par Ruffy qui lui permettra de déterrer le fubuleux trésor de Math le pirate. on note :
- R la roche en forme de crâne ;
- C le cocotier sous lequel est enterré le trésor ;
- P le phare ;
- C est sur le demi-cercle de diamètre $[PR]$;
- La distance du phare au rocher en forme de crâne est de 3 000 brasses.



Aide-le à mettre la main sur le butin :

1. Démontre que le triangle PRC est un triangle rectangle.
2. Calcule la distance RC en brasses.

Thème 4 : Thalès

I Le théorème de Thalès

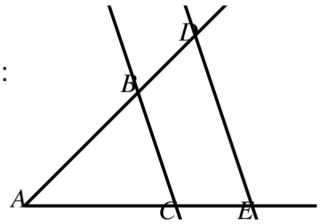
RAPPELS:

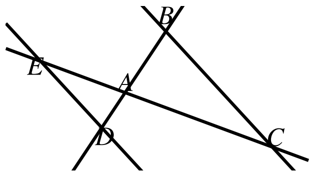
Le théorème permet de calculer une longueur dans une configuration bien précise.

Théorème

Soient deux droites (BD) et (EC) sécantes en A.
Si les droites (DE) et (BC) sont parallèles **alors** :

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$





Exercice corrigé

Sur la première figure on donne : $AB = 3$, $AD = 7,5$, $AC = 2,5$ et $DE = 8$. Calcule AE et BC. De plus les droites (BC) et (DE) sont parallèles.
On a :
- Les droites (BD) et (CE) sont sécantes en A ;
- Les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

Calcul de AE

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$
$$\frac{3}{7,5} = \frac{2,5}{AE}$$
$$AE = \frac{2,5 \times 7,5}{3}$$
$$AE = 6,25$$

Calcul de BC :

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$$
$$\frac{3}{7,5} = \frac{BC}{8}$$
$$BC = \frac{8 \times 3}{7,5}$$
$$BC = 3,2$$

II La réciproque du théorème de Thalès

RAPPELS:

Dans cette partie on voit la réciproque mais également la contraposée du théorème de Thalès. Il s'agit de démontrer que deux droites sont ou ne sont pas parallèles. Les figures sont celles du théorème de Thalès, évidemment on n'ignore si les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Exercice corrigé

Sur la deuxième figure on donne : $AE = 6,3$, $AB = 8,82$, $AC = 11,34$ et $AD = 4,9$.
Les points E, A, C d'une part et B, A, D d'autre part sont alignés dans cet ordre.
D'une part : $\frac{AC}{AE} = \frac{11,34}{6,3}$ et d'autre part : $\frac{AD}{AB} = \frac{8,82}{4,9}$
D'une part $11,34 \times 4,9 = 55,566$ et d'autre part $6,3 \times 8,82 = 55,566$,
donc $\frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AB}$, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (DE) sont parallèles [a].

[a]. En cas d'inégalité, d'après la contraposée du théorèmle de Thalès les droites n'auraient pas été parallèles (donc sécantes).

III Exercices

Exercice 54 (Vu au brevet)

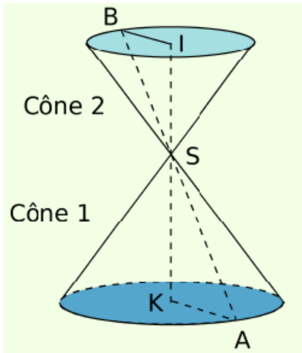
Tu traceras la figure sur ta copie en suivant les indications de l'énoncé.

1. Construis un triangle ABC tel que $AB = 13$ cm, $AC = 12$ cm et $BC = 5$ cm.
2. Démontre que le triangle ABC est rectangle en C.

3. Complète la figure :
   (a) Construis le point M du segment $[AC]$ tel que $AM = 6$ cm.
   (b) Construis le point P du segment $[AB]$ tel que $AP = 6,5$ cm.
4. Montre que les droites (BC) et (PM) sont parallèles.
5. Montre que $PM = 2,5$ cm.
6. Dans cette question, parmi les quatre propositions suivantes, recopie sur ta copie celle qui te permet de démontrer que les droites (PM) et (AC) sont perpendiculaires :
   – Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
   – Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
   – Si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
   – Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment.

Exercice 55
Les deux cônes de révolution de rayons KA et IB sont opposés par le sommet.

Les droites (KA) et (KI) se coupent en S, et de plus (BI) et (KA) sont parallèles.
On a $KA = 4,5$ cm ; $KS = 6$ cm et $SI = 4$ cm. Calcule BI.



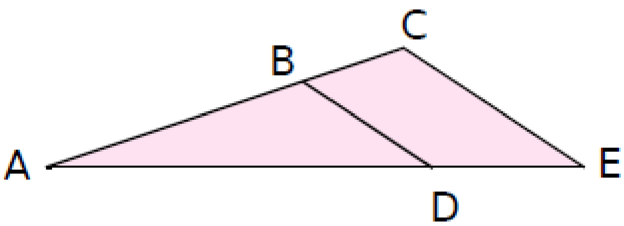
Exercice 56
On considère le triangle ADF tel que $AD = 6,4$ cm ; $AF = 8$ cm et $DF = 4,8$ cm.

(a) Construis le triangle ADF puis démontre qu'il est rectangle en D.

(b) Place le point B sur (AD) tel que $AB = 4$ cm et $B \notin [AD]$.
La perpendiculaire à (AD) passant par B coupe (AF) en C.
Démontre que les droites (BC) et (DF) sont parallèles.

(c) Calcule AC et BC.

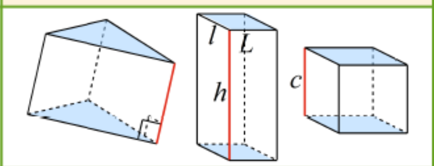
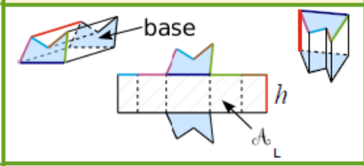
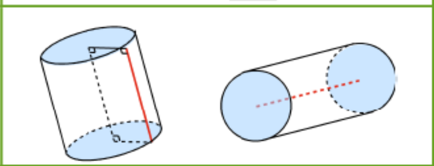
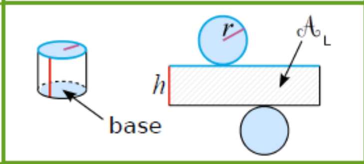
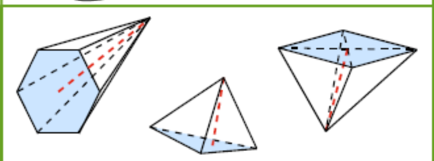
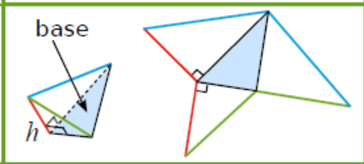
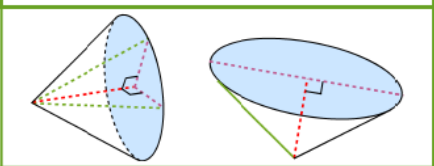
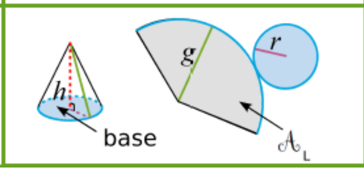
Exercice 57
On donne les longueurs suivantes : $AB = 6,3$ cm ; $BC = 4,9$ cm ; $AE = 16$ cm et $DE = 7$ cm.
Les droites (BD) et (CE) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.



Thème 5 : Géométrie dans l'espace

I Volumes–agrandissement et réduction

RAPPELS:

	Solide en perspective	Patron	Formules
Prisme droit			$\mathcal{V}$ = Aire base $\times h$ $\mathcal{V}_{\text{cube}} = c \times c \times c = c^3$ $\mathcal{V}_{\text{pavé droit}} = L \times l \times h$ $\mathcal{A}_L$ = Périmètre base $\times h$
Cylindre de révolution			$\mathcal{V}$ = Aire base $\times h$ $\mathcal{V} = \pi r^2 \times h$ $\mathcal{A}_L$ = Périmètre base $\times h$ $\mathcal{A}_L = 2\pi r \times h$
Pyramide			$\mathcal{V} = \dfrac{\text{Aire base} \times h}{3}$
Cône de révolution			$\mathcal{V} = \dfrac{\text{Aire base} \times h}{3}$ $\mathcal{V} = \dfrac{\pi r^2 \times h}{3}$ $\mathcal{A}_L = \pi \times r \times g$

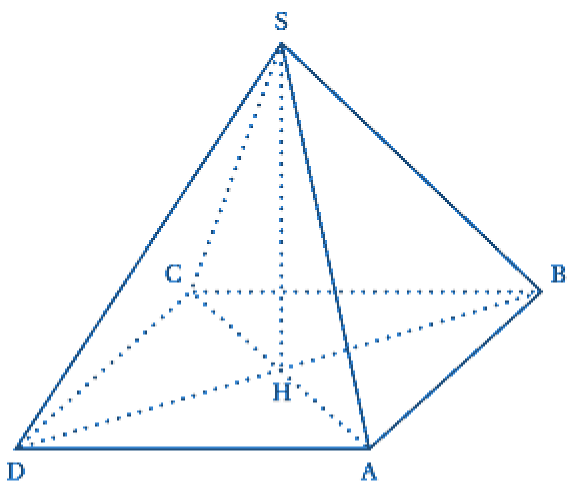
Lorsque l'on effectue un agrandissement (ou une réduction) d'une figure, on multiplie toutes les longueurs par un réel k positif, les aires par k^2 et les volumes par k^3.

Exercice 58 (Vu au brevet)
On considère qu'une boule de pétanque a pour volume 189 cm^3 et que son rayon est le triple de celui du cochonnet.

(a) Quel est le rapport de réduction du rayon ? Donne une écriture fractionnaire ou décimale.

(b) Déduis-en le volume du cochonnet.

Exercice 59 (Vu au brevet)
Un fabricant de cheminées contemporaines propose une cheminée pyramidale de base le carré $ABCD$, de côté 120 cm.
H est le centre du carré. La hauteur $[SH]$ de la pyramide mesure 80 cm.



1. Le fabricant place sous la cheminée une plaque de fonte. Cette plaque a la forme d'un pavé droit de base $ABCD$ et d'épaisseur 1 cm.

(a) Justifie que son volume est 14 400 cm^3.

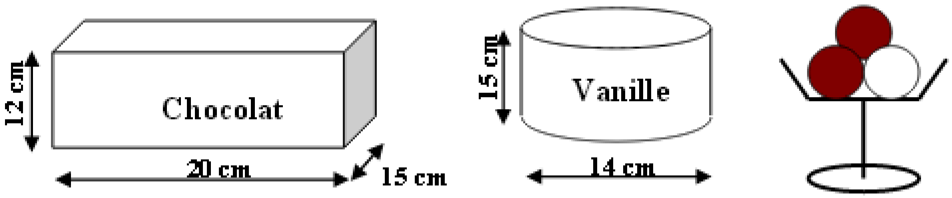
(b) La masse volumique de la fonte est $6,8$ g/cm^3. Quelle est la masse de cette plaque de fonte ?

2. Dans cette question, on ne demande aucune justification géométrique.
On désigne par I le milieu du segment $[AB]$.

   (a) Dessine à l'échelle $1/10$ le triangle SHI puis le triangle SAB représentant une des faces latérales de la pyramide.

   (b) Ces faces latérales sont en verre. Quelle est l'aire totale de la surface de verre de cette cheminée ?

Exercice 60 (Vu au brevet)
Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de trois boules superposées parfaitement sphérique, de diamètre $4,2$ cm. le pot de glace au chocolat ayant la forme d'un parallélépipède rectangle est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille.



Le restaurateur veut constituer des coupes avec deux boulesau chocolat et une boule à la vanille.

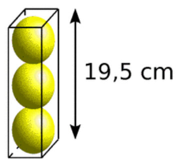
1. (a) Montre que le volume d'un pot de glace au chocolat est 3 600 cm^3.

   (b) Calcule la valeur arrondie au cm^3 du volume d'un pot de glace à la vanille.

2. Calcule la valeur arrondie au cm^3 du volume d'une boule de glace contenue dans la coupe.

3. Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?
Dans cette question, toute trace de recherche sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 61
Une boîte de forme parallélépipédique contient trois balles de tennis comme indiqué sur la figure.
Calcule le pourcentage, arrondi à l'unité, du volume de la boîte occupé par les balles.

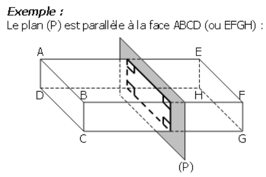


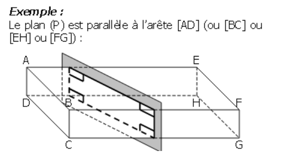
II Section d'un solide par un plan

Dans cette section on applique les résultats connus de géométrie plane dans l'espace, elle est donc à relier aux thèmes III et IV.

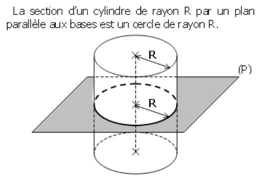
RAPPELS:

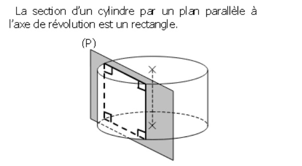
La section d'un **parallélépipède rectangle** par un plan parallèle à une face est un rectangle de même dimension que cette face
La section d'un **parallélépipède rectangle** par un plan parallèle à une arête est un rectangle dont l'un des côté à la même longueur que cette arête.



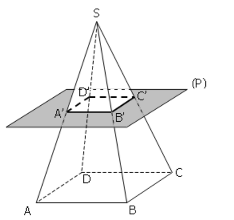


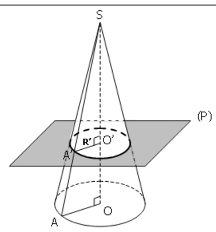
La section d'un **cylindre** par un plan perpendiculaire à l'axe est un cercle centré sur l'axe et de même rayon que le cylindre.
La section d'un **cylindre** par un plan parallèle à l'axe est un rectangle dont l'un des côtés a la même longueur que la hauteur du cylindre.



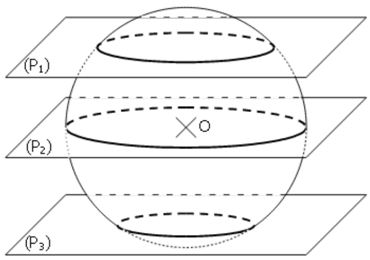


La section d'une **pyramide** par un plan parallèle à la base est une **réduction** de la base, on obtient une pyramide réduite et un tronc de pyramide.
La section d'un **cône** par un plan parallèle à la base est une **réduction** de la base, on obtient un cône réduit et un tronc de cône.

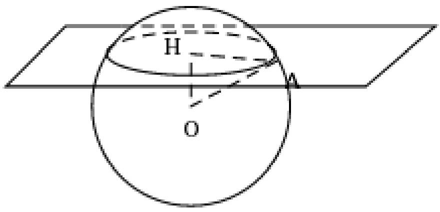




La section d'une **sphère** par un plan est un cercle.
Si le plan passe par le centre de la sphère le cercle aura le même rayon que la sphère et on l'appelle alors **grand cercle**.



Exercice 62

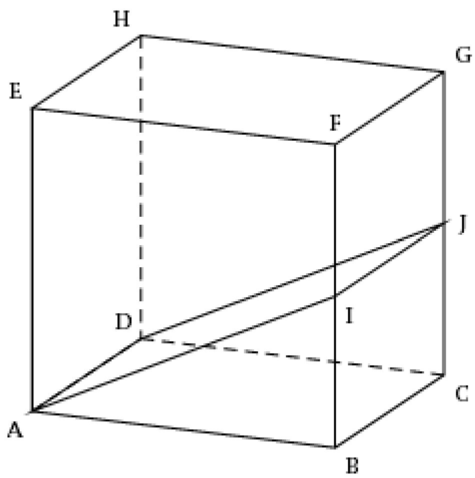


1. Calcule la valeur arrondie au cm^3, du volume d'une boule de rayon $R = 7$ cm.
2. On réalise la section de la sphère de centre O et de rayon $OA = 7$ cm par un plan représenté ci-après.
   Quelle est la nature de cette section ?
3. Calcule la valeur exacte du rayon HA de cette section sachant que $OH = 4$ cm.

Exercice 63 (Vu au brevet)

Dans cet exercice, la figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur et ne reflète pas la réalité.

Soit $ABCDEFGH$ un cube de 6 cm de côté et I le milieu du segment $[BF]$.
On considère la section $AIJD$ du cube par un plan parallèle à l'arête $[BC]$ et passant par les points A et I.



1. Recopie la (ou les) bonne(s) réponse(s) à la question suivante :
   « La section du cube $AIJD$ par est-elle : »
   (a) Un losange
   (b) Un rectangle
   (c) Un parallélogramme
   (d) Un carré
2. Dessine en vraie grandeur le triangle AIB, et la section $AIJD$.
3. Montre que l'aire du triangle AIB est égale à 9 cm^2.
4. La partie basse $ABIDCJ$ du cube est un prisme droit.
   Calcule le volume de ce prisme droit en cm^3.

Thème 6 : Statistiques et probabilités

I Statistiques

RAPPELS:

On appelle série statistique la donnée de nombre soit sous forme de liste, de tableau ou de diagramme.
La fréquence d'apparition d'une valeur est un nombre entre 0 et 1 : $f = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} = \frac{n}{N}$

24 élèves sur 32 pratiquent du sport. La fréquance associée est $\frac{24}{32} = 0,75$.

La **moyenne** (notée $\bar{x}$) est donnée par : $\bar{x} = \frac{n_1x_1+n_2x_2+\dots}{N}$ où $x_1, x_2, \dots$ sont les valeurs de la série, $n_1, n_2, \dots$ sont les effectifs associés et N est l'effectif total.

x	0	1	2	3	4
effectifs	4	5	8	7	3

$\bar{x} = \frac{4\times0+5\times1+8\times2+7\times3+3\times4}{4+5+8+7+3} = 2$

Quand la série est rangée dans l'ordre croissant, la **médiane** est la valeur est la valeur qui partage la série en deux groupes de même taille.

Si la série a un nombre pair d'éléments : $4;5;7;12$, la médiane se situe entre 5 et 7 : $Me = \frac{5+7}{2} = 6$
Si la série a un nombre impair d'éléments : $4;5;7;12;19$, la médiane est : $Me = 7$.

L'**étendue** est la différence entre les valeurs extrêmes d'une série.

$4 - -5 - -7 - -12 - -19$; l'étendue vaut $19 - 4 = 15$.

Les quatiles :
On commence par ordonner une série de nombre dans l'ordre croissant.
Le premier quartile est la plus petite valeur Q_1 de la série telle qu'au moins un quart des valeurs soient inférieures ou égales à Q_1
Le troisième quartile est la plus petite valeur Q_3 de la série telle qu'au moins trois quart des valeurs soient inférieures ou égales à Q_3
Remarque : Q_1 et Q_3 sont toujours de svaleurs de la série.

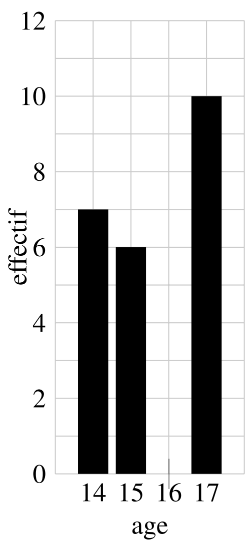
exemple 1 :
$1 - -5 - -7 - -7 - -8 - -10 - -12 - -15$
Il y a 8 valeurs.
$\frac{1}{4} \times 8 = 2$ donc Q_1 est le deuxième terme de la série, $Q_1 = 5$
$\frac{3}{4} \times 8 = 6$ donc Q_3 est le sixième terme de la série, $Q_3 = 10$

exemple 2 :
$1 - -5 - -5 - -6 - -6 - -7 - -8 - -9 - -9$
Il y a 9 valeurs.
$\frac{1}{4} \times 9 = 2,25$ donc Q_1 est le troisième terme de la série, $Q_1 = 5$
$\frac{3}{4} \times 9 = 6,75$ donc Q_3 est le septième terme de la série, $Q_3 = 8$

Exercice 64 (Vu au brevet)
L'histogramme ci après illustre une enquête fait sur l'âge des 30 adhérents d'un club de badminton, mais le rectangle correspondant aux adhérents de 16 ans a été effacé.

1. Calcule le nombre d'adhérents ayant 16 ans.
2. Quel est le pourcentage du nombre d'adhérents ayant 15 ans ?
3. Quel est l'âge moyen des adhérents du club ? Donne la valeur arrondie au dixième.
4. Reproduis et complète le tableau ci-dessous pour réaliser un diagramme semi-circulaire représentant la répartition des adhérents selon leur âge (on prendra un rayon de 4 cm).

Âge	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans	TOTAL
Nombre d'adhérents	7	6		10	30
Mesure d'angle en degrés					180



Exercice 65 (Vu au brevet)
Lors d'un contrôle, une classe de 3e a obtenu les notes suivantes :
8 – 7 – 8 – 4 – 13 – 13 – 13 – 10 – 4 – 17 – 18 – 4 – 13 – 11 – 9 – 15 – 5 – 7 – 11 – 18 – 6 – 9 – 2 – 19 – 12 – 12 – 6 et 15.

1. Reproduis et complète le tableau suivant en rangeant toutes les notes par ordre croissant :

Notes	2	4	...
Effectifs	1	3	...

2. Quel est l'effectif total de ce groupe ?
3. Quelle est la moyenne des notes de cette classe ? Arrondis le résultat à $0,1$ près.
4. Donne la médiane de ces notes.
5. On choisit au hasard une copie. Quelle est la probabilité pour que la note de cette copie soit supèrieure ou égale à 10 ?

Exercice 66 (Vu au brevet)
Dans une commune, on a relevé la vitesse du vent en m/s toutes les minutes pendant une année de 365 jours. Le nombre de relevés étant trop important, la série est présentée par les éléments suivants :

Minimum	1er quartile	Médiane	3e quartile	Maximum
0 m/s	4 m/s	6,2 m/s	14,6 m/s	28,4 m/s

1. Pendant combien de temps peut-on estimer que le vent a soufflé à moins de 6,2 m/s durant l'année ?
2. La commune est équipée d'une éolienne qui ne fonctionne que lorsque la vitesse du vent est supèrieure à 4 m/s.
   Explique pourquoi on peut considérer que l'éolienne n'a pu fonctionner faute de vent suffisant pendant une durée totale de trois mois.
3. Combien la série contient-elle de relevés ?

Exercice 67 (Vu au brevet)
Dans une classe de 26 élèves, les résultats suivants ont été obtenus à un devoir :

Note	6	7	9	10	11	12	14	15	16	19
Effectifs	3	4	4	2	1	3	2	4	1	2

1. (a) Calcule la moyenne de ce devoir.
   (b) Calcule la fréquence des élèves de la classe qui ont eu une note supérieure ou égale à la moyenne. Le résultat sera arrondi au centième prés.
2. Calcule l'étendue de cette série de notes.
3. Détermine la note médiane.
4. (a) Détermine Q_1 et Q_3, les valeurs du premier et troisième quartiles de la série.
   (b) Calcule le pourcentage d'élèves ayant une note inférieure ou égale à Q_3. Le résultat sera arrondi au dixième.

II Probabilités

RAPPELS:

Les rappels vont se faire à l'aide d'un exercice corrigé, toutes les questions que l'on peut poser sont là[a]. En probabilité il faut avant tout laisser parler son intuition, il est ÉVIDENT je pense que si je lance un dé classique j'ai une chance sur six d'obtenir un 2 donc la probabilité est de $\frac{1}{6}$.

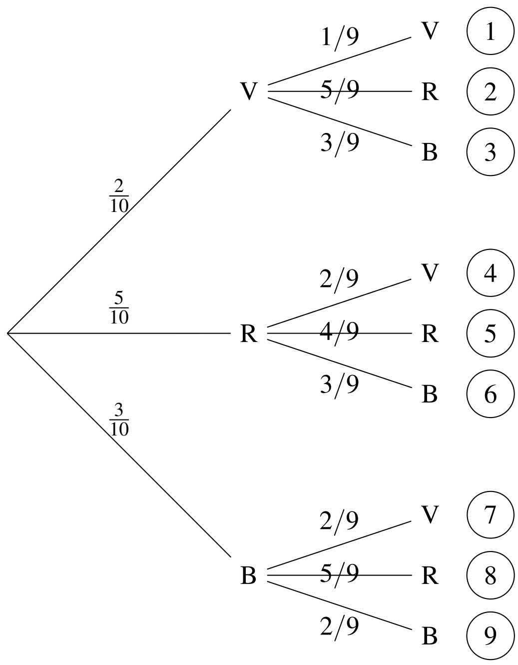
Exercice corrigé

Dans une urne opaque on a placé 10 boules indiscernables au toucher : 2 vertes (V), 5 rouges (R) et 3 bleues (B).

1. On tire une boule au hasard :
   (a) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte ?
   (b) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge ?
   (c) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte ou une boule rouge ?
2. On tire maintenant deux boules au hasard sans remise.
   (a) Construis un arbre pondéré décrivant la situation.
   (b) Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge puis une boule verte ?
   (c) Quelle est la probabilité de tirer une boule verte en deuxième ?

---

1. (a) La probabilité d'obtenir une boule verte est de $p(V) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0,2$.
   (b) La probabilité d'obtenir une boule rouge est de $p(R) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0,5$.
   (c) La probabilité d'obtenir une boule verte est de $p(V \text{ ou } R) = \frac{2}{10} + \frac{5}{10} = \frac{7}{10} = 0,7$.
2. (a) On a représenté ci-dessous l'arbre pondéré qui nous permet de répondre aux questions suivantes, il est donc important de bien faire cet arbre.



   (b) La probabilité de tirer une boule rouge puis une boule verte est la probabilité de suivre le chemin 4 soit :
$$p = \frac{5}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$$
   (c) La probabilité de tirer une boule verte en deuxième, est la probabilité de suivre le chemin 1 ou le 3 ou le 7 soit :
$$p = \frac{2}{10} \times \frac{1}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{2}{90} + \frac{10}{90} + \frac{6}{90} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$$

a. ou presque…

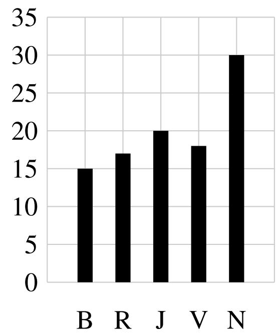
Exercice 68 (Vu au brevet)
À bord d'un bateau de croisière de passage à Tahiti, il y avait 4 000 personnes, dont aucun enfant.

Chaque personne à bord du bateau est soit un touriste, soit un membre de l'équipage. Voici le tableau qui donne la composition des personnes à bord de ce bateau.

	Hommes	Femmes	Total
Touristes	1 400	1 700	
Membres de l'équipage	440		
Total			4 000

1. Recopie et complète le tableau ci-dessus.
2. On choisit à bord du bateau, une personne au hasard.
   (a) Peut-on dire qu'il y a plus d'une chance sur deux que ce soit un homme ?
   (b) Quelle est la probabilité que cette personne fasse partie des touristes ?
   (c) Quelle est la probabilité que cette personne ne soit pas un homme membre de l'équipage ?

Exercice 69 (Vu au brevet)
Un dé cubique a 6 faces peintes : une en bleu, une en rouge, une en jaune, une en vert et deux en noir.



1. On jette ce dé cent fois et on note à chaque fois la couleur de la face obtenue.
   Le schéma ci-contre donne la répartition des couleurs obtenues lors de cent lancers.
   (a) Détermine la fréquence d'apparition de la couleur jaune.
   (b) Détermine la fréquence d'apparition de la couleur noire.
2. On suppose que le dé est équilibré.
   (a) Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur jaune ?
   (b) Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur noire ?
3. Explique l'écart entre les fréquences obtenues à la question 1
   et les probabilités trouvées à la question 2.

Exercice 70 (Vu au brevet)
La roussette rousse est une espèce de chauve souris de la Nouvelle Calédonie. Elle a été la mascotte officielle des XIV^{e} Jeux du pacifique de 2011.

Dans une urne, on a dix boules indiscernables au toucher portant les lettres du mot ROUSSETTES.

On tire au hasard une boule dans cette urne et on regarde la lettre inscrite sur la boule.

1. Quels sont les six résultats possible à l'issue d'un tirage ?
2. Détermine les probabilités suivantes :
   (a) la lettre tirée est un R ;
   (b) la lettre tirée est un S ;
   (c) la lettre tirée n'est pas un S.
3. Julie affirme qu'elle a plus de chance d'obtenir une voyelle qu'une consonne à l'issue d'un tirage. A-t-elle raison ? Justifie ta réponse.

Exercice 71 (Vu au brevet)
Sur le manège « Caroussel », il y a quatre chevaux, deux ânes, un coq, deux lions et une vache. Sur chaque animal, il y a une place. Vaite s'assoit au hasard sur le manège.

1. Quelle est la probabilité qu'elle monte sur un cheval ? Exprime le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2. On considère les événements suivants :
   A : « Vaite monte sur un âne. »
   B : « Vaite monte sur un coq. »
   C : « Vaite monte sur un lion. »
   (a) Définis par une phrase l'événement « non A » puis calcule sa probabilité.
   (b) Quelle est la probabilité de l'événement « A ou C » ?

Thème 7 : Fonctions

I Généralités

RAPPELS:

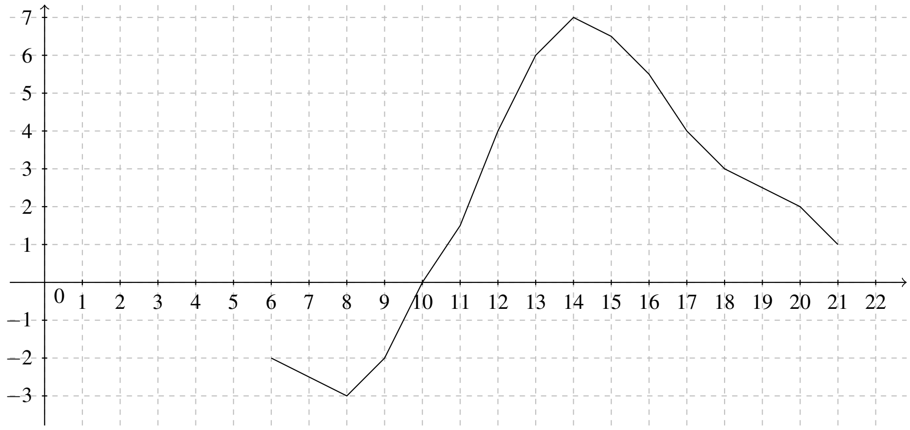
On considère l'exemple suivant :
Un jour d'hiver on a relevé la température extérieure à différentes heures de la journée :

H	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
˚C	-2	$-2,5$	-3	-2	0	$1,5$	4	6	7	$6,5$	$5,5$	4	3	$2,5$	2	1

La température extèrieure dépend de l'heure de la journée, on dit qu'elle est **fonction** de l'heure. Si on note f cette fonction, on aura :

$$f : \text{heure} \mapsto \text{température}$$

On peut représenter cette fonction dans un repère comme ci-dessous :



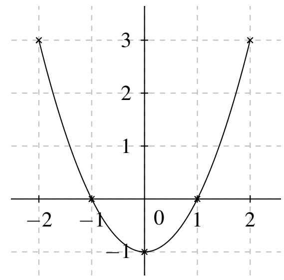
À l'aide de ce graphique ou du tableau de valeurs on peut dire que :
– à 8H00 il a fait -3˚C, on dit que **l'image de 8 est -3**.
– il a fait -2˚C à 6H00 et à 9H00, on dit que **les antécédents de -2 sont 6 et 9**

Un nombre à toujours qu'une seule image alors qu'il peut avoir plusieurs antécédents.

Lorsqu'une fonction est définie par une expression algébrique, par exemple : $f : x \mapsto x^2 - 1$:

1. Calculer l'image de 2 c'est calculer $f(2)$. On met 2 dans la « machine », l'image est ce qui sort :
$$f(2) = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$
2. Calculer les antécédents de 3 c'est rechercher les valeurs de x telles que $f(x) = 3$, c'est rechercher les nombres qu'il faut mettre dans la « machine » pour obtenir 3. On résout donc l'équation :
$$\begin{aligned} f(x) &= 3 \\ x^2 - 1 &= 3 \\ x^2 &= 3+1 \\ x^2 &= 4 \\ x = 2 &\text{ ou } x = -2 \end{aligned}$$
Les antécédents de 3 sont -2 et 2.
3. Si on calcule les images de plusieurs nombres, on peut compléter un tableau de valeurs puis tracer la courbe représentative de la fonction f.

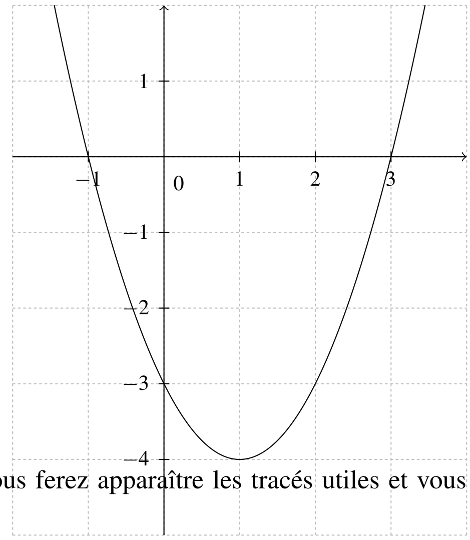
x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	3	0	-1	0	3



Exercice 72 (Vu au brevet)
Soit f une fonction. traduis chaque assertion par une égalité de la forme $f(a) = b$:

1. L'image de 5 par f est 2.
2. -5 est solution de l'équation $f(x) = 2$.
3. 1 est l'image de 2 par la fonction f.
4. 4 est un antécédent de -1 par f.
5. Le point $A(1;5)$ est sur la courbe qui représente f.

Exercice 73 (vu au brevet)
Le graphique ci-contre représente la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction g.



Par lecture graphique, recopie et complète :

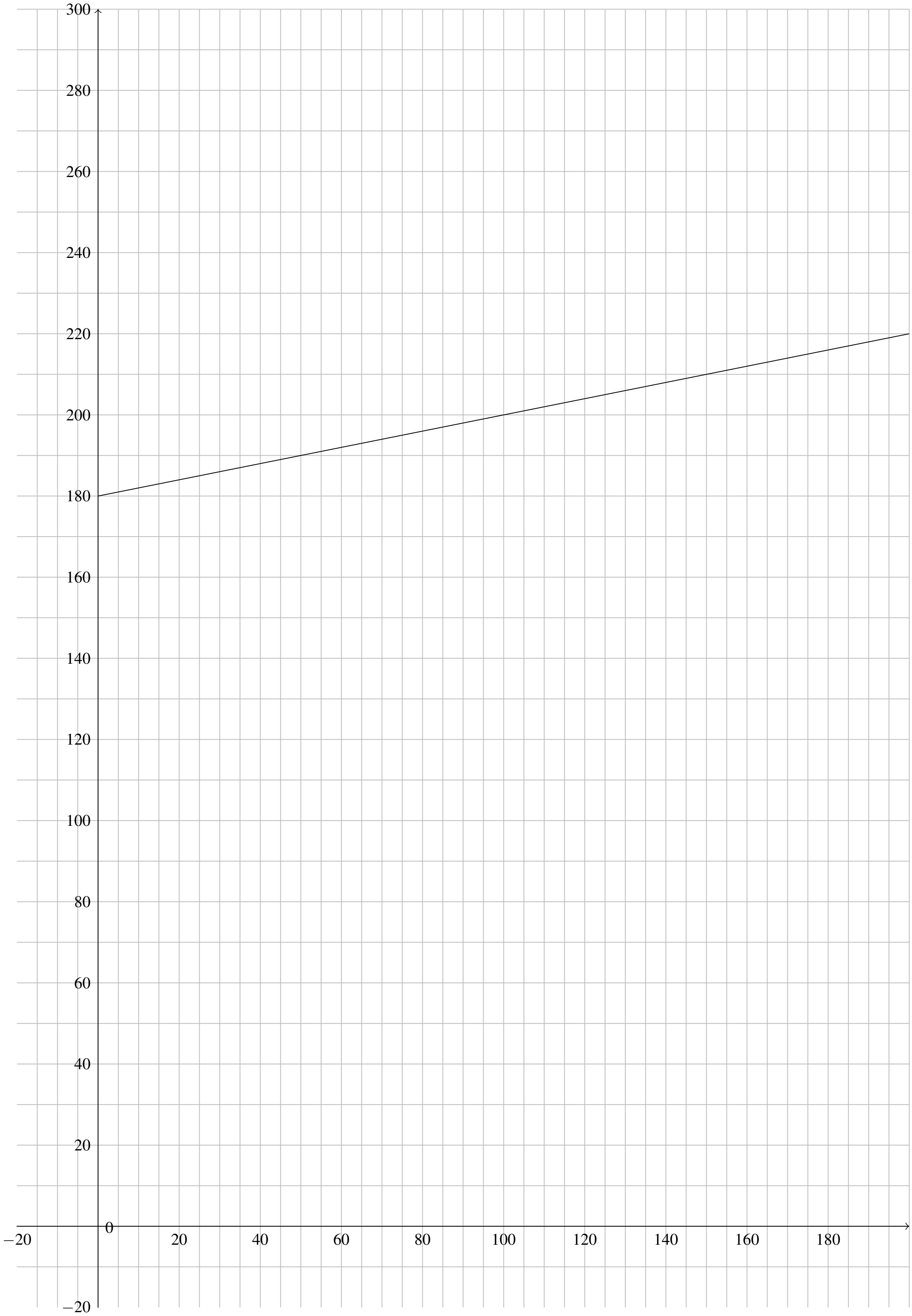
1. L'image de 1 par la fonction g est ...
2. Les antécédents de 0 par la fonction g sont ...
3. $g(2) = \dots$
4. Les nombres qui ont pour image -3 par la fonction g sont ...

Exercice 74 (Vu au brevet)
Manuarii est un pâtissier confiseur.
Avec sa production, il remplit des boîtes contenant des chocolats.
On désigne par x le nombre de boîtes produites sur un mois.
La fonction $f : x \mapsto 180\,000 + 200x$, donne, en francs polynésiens,
le coût total de la production de x boîtes sur un mois.

1. Calcule l'image de 26 par la fonction f.
2. On a représenté ci-dessous la fonction f. Pour toutes les lectures graphiques vous ferez apparaître les tracés utiles et vous écrirez la réponse sur votre copie.
   (a) Lis graphiquement l'image de 150 par la fonction f.
   (b) Lis graphiquement l'antécédent de 190 000 par la fonction f.
3. Justifie l'affirmation suivante : « f est une fonction affine ». On pourra lire le paragraphe III avant de répondre à cette question.
4. Manuarii vend chaque boîte 2 000 francs.
   On désigne par $g(x)$ le montant en francs perçu par Manuarii pour x boîtes vendues sur un mois.
   Complète le tableau suivant :

x	0	120		150
$g(x)$	0		60 000	300 000

5. Trace la représentation graphique de la fonction g sur le graphique ci-dessous.
6. Combien de boîtes, Manuarii doit-il vendre dans le mois, pour obtenir un montant supérieur ou égal au coût de production ?


300
280
260
240
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
−20
−20
20
40
60
80
100
120
140
160
180

II Fonction linéaire

RAPPELS:

1. Une **fonction linéaire** est une fonction qui a un nombre x associe le nombre $a \times x$ soit ax.
   On écrit $x \mapsto ax$.
   Toute fonction f qui s'écrit sous la formen $f : x \mapsto ax$ est une fonction linéaire.
2. Un tableau est dit de proportionnalité lorsque l'on passe d'une ligne à l'autre en multipliant par le même nombre.
   À toute situation de proportionnalité, on peut associer une fonction linéaire.
3. Soit $f : x \mapsto a \times x$ une fonction linéaire et x_1 et x_2 deux nombres réels. Le coefficient a est donné par :
   $$a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$$
4. La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine, donc $f(0) = 0$ et $a = \frac{f(x)}{x}$ pour $x \neq 0$.

Exercice corrigé

Dans une station service, le gazole est vendu 1,40€ le litre.

1. Combien coûtent 4 litres de gazole ? 2,5 litres de gazole ? 8 litres de gazole ?
2. Complète le tableau suivant :

Nombre de litres de gazole	1	2,5	4	8	
Prix en €					35

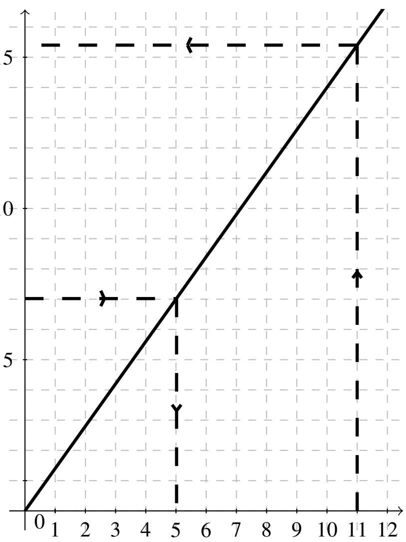
3. On note x le nombre de litres de gazole achetés.
   Soit f la fonction qui a x associe le prix correspondant.
   Définis la fonction f, explique pourquoi elle est linéaire.
4. Trace la représentation graphique de la fonction f.
5. Lis sur ton graphique :
   (a) Le prix de 11 litres de gazole ;
   (b) le nombre de litres qu'on peut acheter avec 7€.

CORRECTION

1. 4 litres de gazole coûtent $4 \times 1,4 = 5,6$€ ;
   2,5 litre de gazole coûtent $2,5 \times 1,4 = 3,5$€
   et 8 litres coûtent $8 \times 1,4 = 11,2$€.
2. On a complété le tableau en utilisant les réponses de la question 1.

Nombre de litres de gazole	1	2,5	4	8	25
Prix en €	1,4	3,5	5,6	11,2	35

3. Pour x litres de gazole achetés, le prix sera : $1,4x$.
   La fonction f est donc : $f : x \mapsto 1,4x$.
   Cette fonction est de la forme $x \mapsto ax$, elle est donc linéaire, de plus la situation étudiée est clairement une situation de proportionnalité.
4. On a représenté la fonction f ci-dessous :



   (a) Par lecture graphique, le prix de 11 litres de gazole est de 15,5€ environ (15,4 si on vérifie par le calcul).
   (b) Avec 7 € on peut acheter 5 litres de gazole.

Exercice 75

La fonction linéaire h est définie par $h(x) = -1,5x$.

(a) Quelle est la nature de la représentation graphique de cette fonction ?

(b) Combien de points sont nécessaires pour construire la représentation graphique de cette fonction ?

(c) Détermine les coordonnées de suffisamment de points avec des abscisses comprises entre -4 et 4.

(d) Construis la représentation graphique en prenant 1 cm pour 1 unité en abscisse et 1 cm pour 2 unités en ordonnée.

Exercice 76 (Vu au brevet)
On considère qu'une canette contient 330 mL de bière et que le degré d'alcool est de 5°, c'est à dire $0,05$. La formule suivante permet de calculer le taux d'alcool dans le sang en g/L.

Pour un homme :

$$\text{Taux} = \frac{\text{quantité de liquide bu} \times 0,05 \times 0,8}{\text{masse} \times 0,7}$$

La quantité de liquide bu est exprimée en mL.

la masse est exprimée en kg.

1. Montre que le taux d'alcool dans le sang, d'un homme de 60 kg qui boit deux canettes de bière est d'environ $0,63$ g/L.
2. La loi française interdit à toute personne de conduire si son taux d'alcool est supérieur où égal à $0,5$ g/L.
   D'après le résultat précédent, cette personne a-t-elle le droit de conduire ? Justifie ta réponse.
   pour la suite, on considèrera un homme de 70 kg.
3. Si x désigne la quantité en dL, de bière bue, le taux d'alcool dans le sang est donné par : $T(x) = \frac{4}{49}x$.
   Complète le tableau suivant (arrondis les résultats au centième) :

Quantité d'alcool (en dL)	0	1	5	7
Taux d'alcool (en g/L)				

4. En utilisant les données du tableau, représente graphiquement le taux d'alcool en fonction de la quantité de bière bue, sur une feuille de papier millimétré. On prendra :
   – 2 cm pour 1 dL sur l'axe des abscisses ;
   – 2 cm pour $0,1$ g/L sur l'axe des ordonnées.
5. Détermine graphiquement le taux d'alcool correspondant à une quantité de bière de 3 dL (on laissera apparents les traits de construction).
6. Détermine graphiquement la quantité de bière à partir de laquelle cet homme n'est plus autorisé à reprendre le volant (on laissera apparent les traits de construction).

III Fonction affine

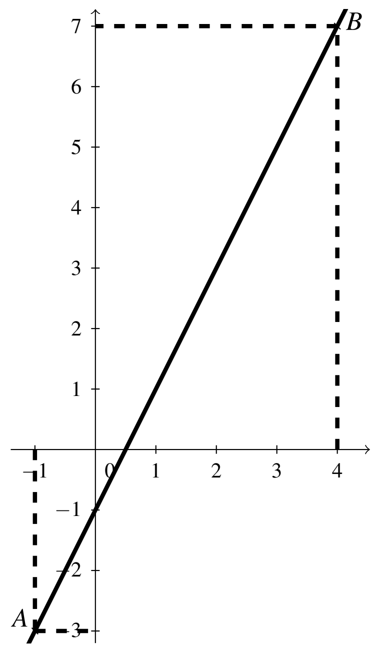
RAPPELS:

1. Une fonction affine est une fonction de la forme $f : x \mapsto ax + b$ où a et b sont des nombres quelconques. Dans le cas particulier où $a = 0$, f est la fonction constante et si $b = 0$, f est une fonction linéaire.
2. La représentation graphique d'une fonction affine est une droite (qui ne passe pas par l'origine sauf dans le cas où $b = 0$ puisqu'alors elle est linéaire).
3. Le nombre b est l'ordonnée à l'origine, c'est « l'endroit » où la droite coupe l'axe des ordonnées (vertical).
4. Pour tout nombre x_1 et x_2 on a :
$$a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$$

Exercice corrigé
On étudie la fonction f affine telle que $f(-1) = -3$ et $f(4) = 7$.

1. On détermine la fonction f. D'abord elle est affine donc de la forme $f : x \mapsto ax + b$. On sait que :
$$\begin{aligned} a &= \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \\ a &= \frac{f(-1) - f(4)}{-1 - 4} \\ a &= \frac{-3 - 7}{-5} \\ a &= \frac{-10}{-5} \\ a &= 2 \end{aligned}$$
On sait que l'image de 4 par f est 7, donc :
$$\begin{aligned} f(4) &= 7 \\ 2 \times 4 + b &= 7 \\ 8 + b &= 7 \\ b &= 7 - 8 \\ b &= -1 \end{aligned}$$
La fonction f est donc : $f : x \mapsto 2x - 1$.

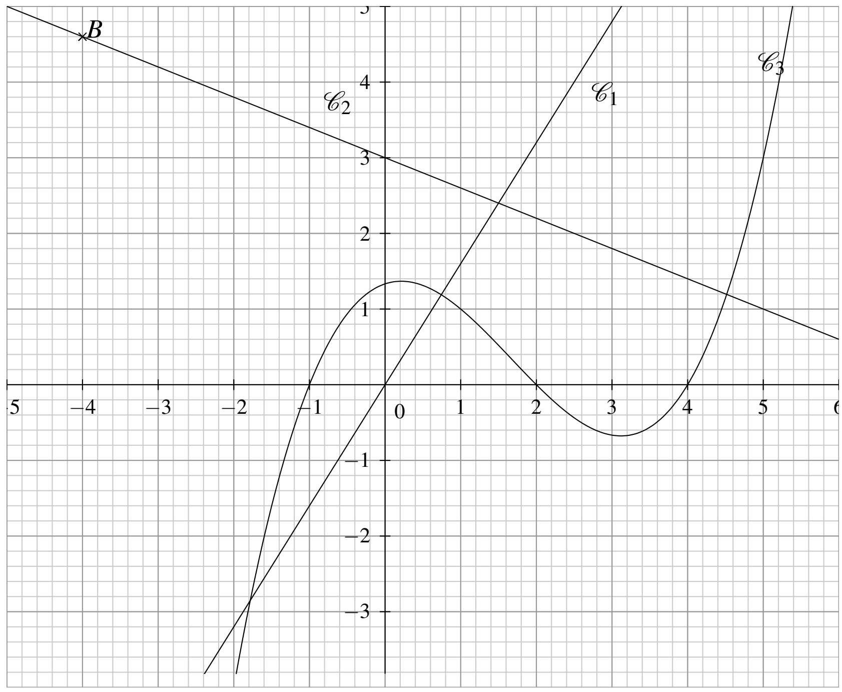
2. On place dans un repère orthormé les pmoints de coordonnées $(-1; -3)$ et $(4; 7)$ et on trace la droite passant par ces deux points.



Exercice 77 (Vu au brevet)
On donne ci-après les représentations graphiques de trois fonctions. Ces représentations sont nommées $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$.

L'une d'entre elle est la représentation graphique d'une fonction linéaire, une autre est la représentation graphique de la fonction f telle que :
$$f : x \mapsto 0,4x + 3$$

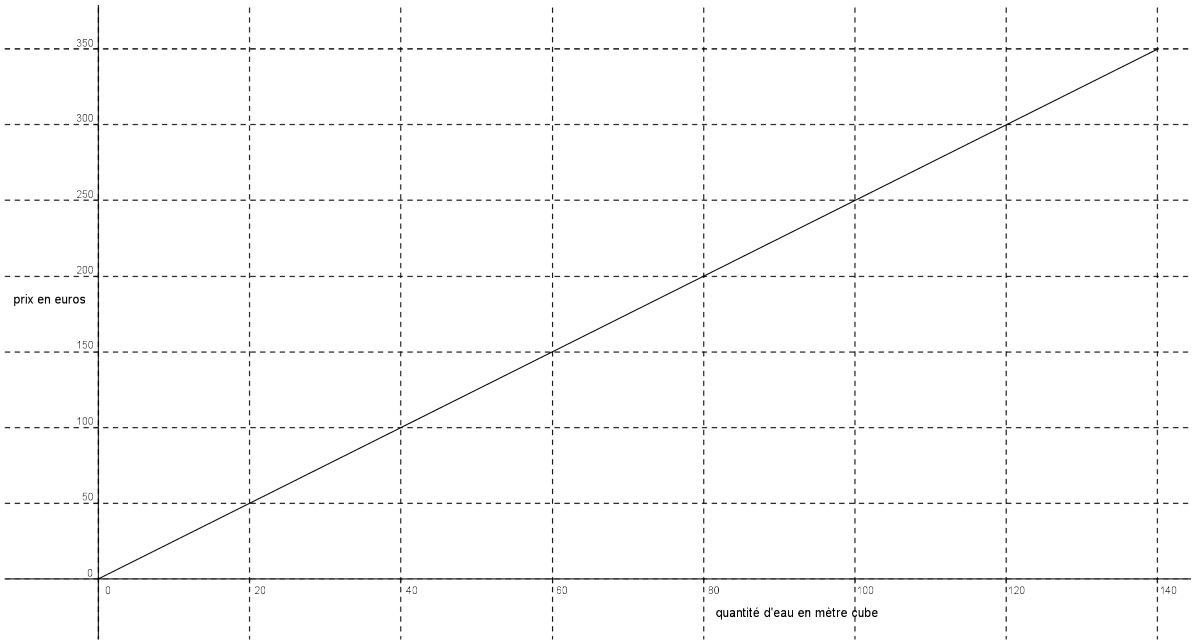
1. Lis graphiquement les coordonnées du point B.
2. Par lecture graphique, détermine les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_3$ avec l'axe des abscisses.
3. Laquelle de ces représentations est celle de la fonction linéaire ? Justifie.
4. Laquelle de ces représentations est celle de la fonction f ? Justifie.
5. Quel est l'antécédent de 1 par la fonction f ? Justifie par un calcul.
6. A est le point de coordonnées $(4,6; 1,2)$. A appartient-il à $\mathscr{C}_2$? Justifie par un calcul.



Exercice 78 (Vu au brevet)
Une famille envisage d'installer une citerne de récupération d'eau de pluie. Pour pouvoir choisir une installation efficace, la famille commence par estimer ses besoins en eau avant de choisir une citerne.

La famille est composée de quatre personnes.
La consommation moyenne d'eau par personne et par jour est estimée à 115 litres.

1. Chaque jour, l'eau utilisée pour les WC est en moyenne de 41 litres par personne. Calcule le pourcentage que cela représente par rapport à la consommation moyenne en eau par jour d'une personne.
2. On estime que 60% de l'eau consommée peut être remplacée par de l'eau de pluie. Montre que les besoins en eau de pluie de toute la famille pour une année de 365 jours sont d'environ 100 m^3.
3. Le graphique ci-dessous représente le coût de l'eau en fonction de la quantité consommée.



(a) En utilisant ce graphique, détermine une valeur approchée du prix payé pour 100 m^3 d'eau. Aucune justification n'est demandée.

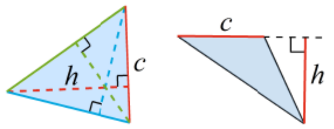
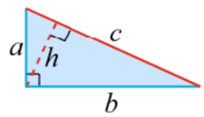
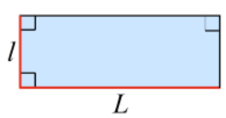
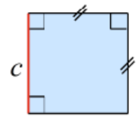
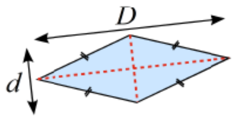
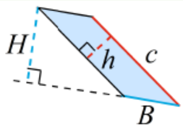
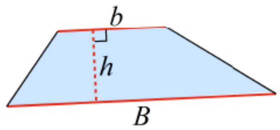
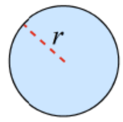
(b) On note $p(x)$ le prix en euros de la consommation pour x mètres cube d'eau. Propose une expression de $p(x)$ en fonction de x en expliquant ta démarche.
Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

(c) Au prix de la consommation vient s'ajouter le prix de l'abonnement. L'abonnement est de 50€ par an. Représente sur le graphique précédent la fonction donnant le prix en euros, abonnement inclus, en fonction du volume d'eau consommé en mètres cube.

4. La famille espère économiser 250€ par an grâce à la récupération de l'eau de pluie. Elle achète une citerne 910€. Au bout de combien d'années les économies réalisées pourront-elles compenser l'achat de la citerne ?

Thème 8 : Aires et périmètres

On rappelle ci-dessous les formules de calcul d'aires et de périmètres :

Triangle		$\mathcal{A} = \dfrac{c \times h}{2}$	**Triangle rectangle**		$\mathcal{A} = \dfrac{a \times b}{2} = \dfrac{c \times h}{2}$
Rectangle		$\mathcal{A} = L \times l$ $\mathcal{P} = 2L + 2l$ ou $\mathcal{P} = 2(L + l)$	**Carré**		$\mathcal{A} = c \times c = c^2$ $\mathcal{P} = 4 \times c = 4c$
Losange		$\mathcal{A} = \dfrac{D \times d}{2}$	**Parallélo-gramme**		$\mathcal{A} = B \times H = c \times h$
Trapèze		$\mathcal{A} = \dfrac{B + b}{2} \times h$	**Disque**		$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi r^2$ $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r = 2\pi r$ ou $\mathcal{P} = \pi \times$ diamètre