Le plan est muni d'un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ et on note C_f la courbe représentative de la fonction f dans ce repère. a et b sont deux réels.

1°) *Asymptotes verticales ou parallèles à l'axe $(O,\vec{\jmath})$*

Si $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = \pm\infty$ ou $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = \pm\infty$, alors la droite $\Delta: \boldsymbol{x = a}$ est une asymptote verticale (ou parallèle à l'axe $(O,\vec{\jmath})$) à C_f.

2°) *Asymptotes horizontales ou parallèles à l'axe $(O,\vec{\imath})$*

- ✓ Si $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \boldsymbol{b}$, alors la droite $\Delta: \boldsymbol{y = b}$ est une asymptote horizontale (ou parallèle à l'axe $(O,\vec{\imath})$) à C_f au voisinage de $-\infty$.
- ✓ Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \boldsymbol{b}$, alors la droite $\Delta: \boldsymbol{y = b}$ est une asymptote horizontale (ou parallèle à l'axe $(O,\vec{\imath})$) à C_f au voisinage de $+\infty$.

3°) *Asymptotes obliques*

- ✓ La droite $\Delta: y = ax + b$ $(a \neq 0)$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $+\infty$ ssi $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.
- ✓ La droite $\Delta: y = ax + b$ $(a \neq 0)$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $-\infty$ ssi $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

<u>Remarques</u> :

- ✓ Les valeurs de a et de b se calculent à l'aide des formules suivantes :

  $\boldsymbol{a} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\boldsymbol{b} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} [f(x) - ax]$
- ✓ Pour étudier la position relative de l'asymptote oblique $\Delta: y = ax + b$ et la courbe C_f, on étudie le signe de l'expression $f(x) - (ax + b)$.

branche parabolique au voisinage de $-\infty$ de direction celle de $(O, \vec{j})$.

- ✓ Si $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \pm\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \mathbf{0}$, alors la courbe C_f admet une branche parabolique au voisinage de $-\infty$ de direction celle de $(O, \vec{i})$.

5°) *Direction asymptotique*

- ✓ Si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \boldsymbol{a}$ $(a \neq 0)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - ax] = \pm\infty$ alors la droite $\Delta: y = ax$ est une direction asymptotique à C_f au voisinage de $+\infty$.
- ✓ Si $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \boldsymbol{a}$ $(a \neq 0)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - ax] = \pm\infty$ alors la droite $\Delta: y = ax$ est une direction asymptotique à C_f au voisinage de -∞.

6°) *Centres de symétrie*

Le point $\Omega(a; b)$ est un centre de symétrie de la courbe C_f ssi pour tout $x \in D_f$ on a :

$$(\boldsymbol{2a - x}) \in \boldsymbol{D_f} \text{ et } \boldsymbol{f(2a - x) = 2b - f(x)}$$

7°) *Axes de symétrie*

Le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est orthogonal.
La droite $\Delta: x = a$ est un axe de symétrie de la courbe C_f ssi pour tout $x \in D_f$ on a :

$$(\boldsymbol{2a - x}) \in \boldsymbol{D_f} \text{ et } \boldsymbol{f(2a - x) = f(x)}$$

8°) *Fonctions paires, fonctions impaires*

1. f est **paire** ssi pour tout $x \in D_f$ on a : $\boldsymbol{-x \in D_f}$ et $\boldsymbol{f(-x) = f(x)}$.
2. f est **impaire** ssi pour tout $x \in D_f$ on a : $\boldsymbol{-x \in D_f}$ et $\boldsymbol{f(-x) = -f(x)}$.

Remarques :

- ✓ Si f est paire, alors l'axe $(O, \vec{j})$ est un axe de symétrie de sa courbe C_f.
- ✓ Si f est impaire, alors le point O est un centre de symétrie de sa courbe C_f.