Université de Tlemcen
L. M. D. (ST et SM)

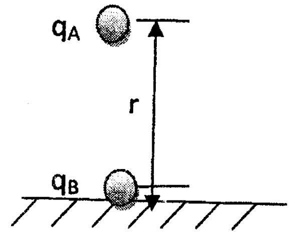
Faculté des Sciences
Durée 1h 30 mn
Physique II : Electricité et magnétisme

Département de physique
Mai 2010

Contrôle continu

Questions de Cours (5 pts)

1- Deux petites sphères métalliques identiques, ayant chacune une masse m, sont situées sur un axe vertical sur lequel elles peuvent se déplacer. Elles portent des charges égales mais de signes opposés : $q_A = + q$, $q_B = -q$

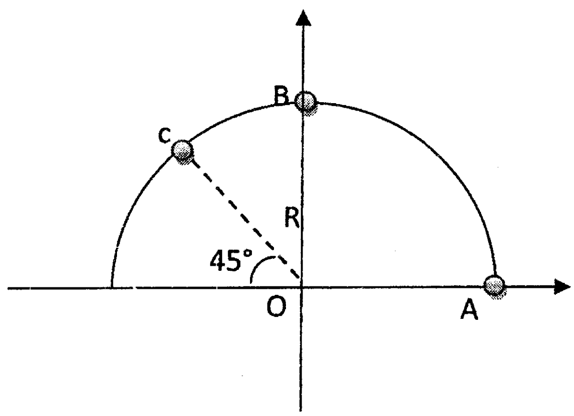


Progressivement on approche la sphère A de la sphère B. A partir d'une distance r bien déterminée entre ces deux sphères, B quitte le sol.
Dessiner les forces qui agissent sur la sphère B et expliquer pourquoi elle quitte le sol. Calculer alors la distance r.

2- Le flux électrique produit par une charge ponctuelle q à travers une surface de Gauss sphérique de rayon R = 15 cm, entourant la charge q est égal à - 450 N m^2/C. Calculer la charge q. Que devient ce flux si on doublait (multipliait par 2) le rayon de la sphère de Gauss ?

Exercice 1 (7pts)

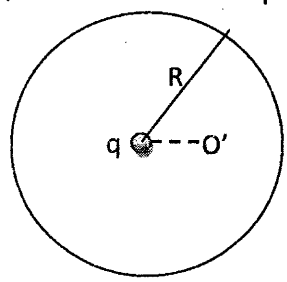
On considère trois charges ponctuelles q_A, q_B et q_C placées respectivement aux points A, B et C ($q_A = -q$, $q_B= +2q$, $q_C= -2q$) appartenant à un cercle de centre O et de rayon R selon la figure suivante :



1- Calculer le potentiel électrostatique au point O
2- Quel est le champ électrostatique au point O.
3- On place au point O une charge $q_0 = +2q$.
Calculer la force électrostatique exercée sur la charge q_0. Est ce que le champ électrostatique dépend de la valeur de q_0 ?

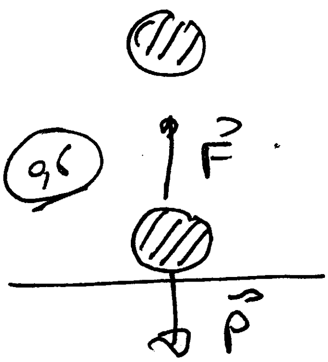
Exercice 2 (8 pts)

Une charge ponctuelle q positive est placée au centre d'une sphère creuse de rayon R, chargée en surface, soit σ sa densité surfacique de charge supposée constante et positive.



1- Calculer le champ électrique en un point M situé à une distance r du centre de la sphère
2- Déduire le potentiel V(r) au point M.
3- Si on déplace la charge q du centre de la sphère vers le point o', peut-on utiliser le théorème de Gauss pour calculer le champ électrique à **l'extérieur** de la sphère.

Questions de Cours (5 pts)



1-Les forces qui agissent sur la sphère B sont : 0,5

le poids $\vec{p}$,
la force électrostatique d'attraction $\vec{F}$ exercée par la sphère B
et la réaction $\vec{R}$ qui s'annule dès que la sphère commence à quitter le sol

à partir d'une certaine distance r0, la force F compense le poids (F=P) la sphère B quitte alors le sol, on peut écrire 1

$$k\frac{q^2}{r^2} = mg \Rightarrow r = \sqrt{k\frac{q^2}{mg}}$$ 1

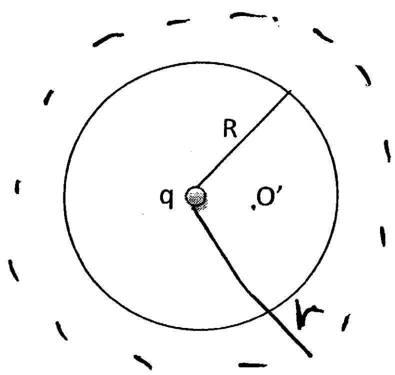
2-Le flux électrique produit par une charge ponctuelle q à travers une surface de Gauss sphérique de rayon R = 15 cm, vaut :

1 $$\Phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow q = \varepsilon_0 \Phi = -450\,8.85\,10^{-12} = -4\,10^{-9}C$$

Le flux reste inchangé si on doublait rayon de la sphère de Gauss, il est égal à $\frac{q}{\varepsilon_0}$ 0,5
1

Exercice 2 (8 pts)

1 1- Pour utiliser le théorème de Gauss, on doit trouver Une surface de Gauss, celle-ci correspond à la sphère de centre o et de rayon r. En effet, le champ électrique est radial : il est en tout point M est normal à la surface de la sphère, son module ne dépond que de la distance x donc il reste constant en tout point de cette surface



Le flux total du champ électrique à travers S vaut :

$$\Phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} = E(r)\,S \quad \text{Avec } S = 4\pi r^2$$

0,5 D'après le théorème de Gauss, on peut écrire :

$$E(r)\,S = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Deux cas sont à envisager :

a) $r \prec R$: la charge à l'intérieur de la sphère est égale à $Q_{int} = q$ 0,5

$$E(r)\,4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$$ 0,5

b) $r \geq R$: $Q_{int} = \sigma\, 4\pi R^2 + q$ 0,5 donc $$\mathrm{E}(r)\,4\pi\, r^2 = \frac{\sigma\, 4\pi\, R^2}{\varepsilon_0} + \frac{q}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \mathrm{E}(r) = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}R^2 + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{1}{r^2}$$ 0,5

2-A partir de l'expression de E(x) on peut déduire le potentiel V(r), en écrivant :

$$V(r) = \int_r^{+\infty} \vec{E}.\vec{dl} \quad ou \quad V(r) = -\int E.dl + c^{ste}$$ 0,5

Dans le premier cas ($r < R$) on trouve :

$$V(r) = -\int \mathrm{E}(r) = \int\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\right)dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} + V_0$$ 1

Dans le ~~dixième~~ deuxième cas on a :

$$V(r) = -\int \mathrm{E}(r) = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}R^2 + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{1}{r^2}dr = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}R^2 + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{1}{r} + V_1$$ 1

Or détermination des ctes.

0,5

$$V(\infty) \Rightarrow V_1 = 0 \Rightarrow V(r) = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}R^2 + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{1}{r}$$

Le potentiel V(r) est une fonction continue au point r = R , on peut écrire :

$$\left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}R^2 + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{1}{R} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R} + V_0 \Rightarrow V_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}R$$ 0,5

3-Si on déplace la charge q du centre de la sphère vers le point o', peut-on utiliser le théorème de Gauss pour calculer le champ électrique à **l'extérieur** de la sphère ?

1 Il est possible d'utiliser le théorème de Gauss, pour calculer le champ électrique produit par la sphère mais pas le champ résultant

Exercice 1 :

$q_A = -q$

$q_B = +2q$

$q_C = -2q$

1°/ $V_o = V_A + V_B + V_C$

(0,5) $V_A = K\dfrac{q_A}{r_A} = K\dfrac{-q}{R}$

(0,5) $V_B = K\dfrac{q_B}{r_B} = K\dfrac{2q}{R}$

(0,5) $V_C = K\dfrac{q_C}{r_C} = K\dfrac{-2q}{R}$

$V_o = -K\dfrac{q}{R} + 2K\dfrac{q}{R} - 2K\dfrac{q}{R}$

$V_o = -K\dfrac{q}{R}$ (0,5)

2°/ $\vec{E_o} = \vec{E_A} + \vec{E_B} + \vec{E_C}$ (0,5)

$\vec{E_A} = K\dfrac{q_A}{r_A^2}\vec{u_A} = K\dfrac{-q}{R^2}(-\vec{i})$ (0,5)

$\vec{E_B} = K\dfrac{q_B}{r_B^2}\vec{u_B} = K\dfrac{2q}{R^2}(-\vec{j})$ (0,5)

$\vec{E_C} = K\dfrac{q_C}{r_C^2}\vec{u_C} = K\dfrac{-2q}{R^2}(\cos\theta\,\vec{i} - \sin\theta\,\vec{j})$

$= K\dfrac{-2q}{R^2}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right)$

$= K\dfrac{\sqrt{2}\,q}{R^2}(-\vec{i} + \vec{j})$ (1)

$\vec{E_o} = K\dfrac{q}{R^2}\vec{i} - K\dfrac{2q}{R^2}\vec{j} + K\dfrac{\sqrt{2}}{R^2}q(-\vec{i} + \vec{j})$

$= K\dfrac{q}{R^2}\left[(1 - \sqrt{2})\vec{i} + (\sqrt{2} - 2)\vec{j}\right]$ (1)

Le champ électrostatique en O ne dépend pas de la valeur de q_o. (0,5)

(02)

3°/ $\vec{F_o} = q_o \cdot \vec{E_o}$

(1) $= +2q \cdot K\dfrac{q}{R^2}\left[(1+\sqrt{2})\vec{i} - (2+\sqrt{2})\vec{j}\right]$

$= K\dfrac{2q^2}{R^2}\left[(1 - \sqrt{2})\vec{i} + (2 - \sqrt{2})\vec{j}\right]$