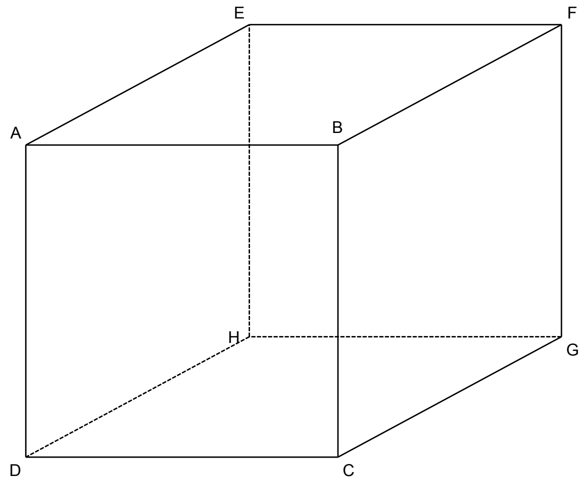
1) Position relative de deux droites

Dans l'espace deux droites peuvent être :
- coplanaires (appartenir à un même plan) et dans ce cas être sécantes ou parallèles.
- non coplanaires.



Droites coplanaires

Définition : Deux droites de l'espace sont sécantes si elles ont un point unique d'intersection.

Propriété : Deux droites sécantes appartiennent à un même plan. Elles sont coplanaires.

Définition : Deux droites de l'espace sont parallèles si elles appartiennent au même plan (donc sont coplanaires) et si elles sont parallèles dans ce plan (c'est à dire non sécantes).

Propriété *:* Si deux droites de l'espace sont parallèles, toute parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

Droites non coplanaires

Définition *:* Deux droites sont non coplanaires si aucun plan ne les contient toutes deux.

Propriété *:* Deux droites non coplanaires n'ont pas de point d'intersection

Remarque **:** contrairement à la géométrie plane, le fait que deux droites n'aient pas de point commun ne signifie pas qu'elles soient parallèles.

<u>*Exemples*</u>
(HD)et (HC) sont sécantes en H. Elles appartiennent au plan contenant la face HGCD.
(HG) et (DC) sont parallèles. Elles appartiennent au plan précédent.
(EH) et (AB) sont non coplanaires.
(EH) et (BC) sont parallèles. Elles appartiennent au plan contenant le rectangle EBCH.

Orthogonalité

Définition *:*Deux droites de l'espace sont orthogonales s'il existe une parallèle à l'une qui soit perpendiculaire à l'autre.

Remarque **:** deux droites perpendiculaires sont orthogonales (et coplanaires)

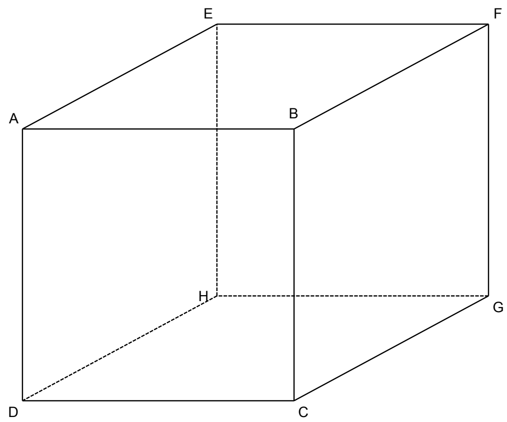
Exemples : (EH) et (AB) sont orthogonales car la droite (BC) est parallèle à (EH) et perpendiculaire à (AB). On note (EH) $\perp$ (AB) comme pour perpendiculaire

Attention : la propriété de géométrie plane qui affirme que si deux droites sont perpendiculaires (et fortiori orthogonale) à une même troisième alors ces deux droites sont parallèles est FAUSSE dans l'espace : (AE) et (EF) sont perpendiculaire à (EH) mais elles ne sont pas parallèles ! !

2) Position relative d'un plan et d'une droite

Un plan peut être défini par trois points non alignés (donc en particulier deux droites sécantes).

Une droite et un plan peuvent être :
- parallèles
- sécants



Définition *:* Une droite et un plan sont sécants s'ils ont un seul point commun. Exemple : *(EH) et (HDC) sont sécants en H. (BH) et (HDC) sont sécants en H.*

Définition *:* Une droite et un plan sont parallèles s'ils ne sont pas sécants. Exemple : *(EF) est (strictement) parallèle à (HDC). La droite (EF) et le plan n'ont aucun point commun. (EF)//(HC). (HC) est parallèle à (HDC). La droite (HC) appartient au plan. (HC)//(HDC).*

Propriété *:* Une droite est parallèle à un plan si et seulement si elle est parallèle à une droite de ce plan. *(EB) est parallèle à (HC) qui est une droite de (HDC) donc (EB) et (HDC) sont parallèles.*

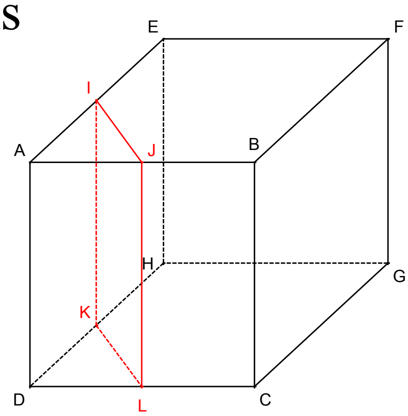
Orthogonalité

Définition *:* Une droite est orthogonale à un plan si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

Propriété *:* Une droite orthogonale à un plan est orthogonale à toutes les droites de ce plan.
(EH) est orthogonale à (HD) et (HG) qui sont deux droites sécantes du plan (HDC) donc (EH) est orthogonale à (HDC) (application de la définition). (EH) $\perp$ (HDC).
Donc (EH) est orthogonale à (DG) qui est une droite du plan (application de la propriété).

Propriété *:* Deux droites orthogonales à un même plan sont parallèles.

3) Position relative de deux plans



Deux plans peuvent être :
- sécants
- parallèles

I,J,K et L respectivement les milieux de [AE], [AB], [DH] et [DC].

***Définition** :* Deux plans sont sécants si leur intersection est une droite. Exemple : (AEH) et (HDC) sont sécants en (HD). *(EBH) et (HDC) sont sécants en (HC)*

***Définition** :* Deux plans sont parallèles s'ils ne sont pas sécants. Deux cas possibles : strictement parallèles (pas de point commun) ou confondus. Exemple : (AEB) et (HDC) sont parallèles (strictement)

***Propriété** :* Deux plans sont parallèles si et seulement si deux droites sécantes de l'un sont respectivement parallèles à deux droites de l'autre. Exemple :
I et J sont les milieux de [AE] et [AB] donc (I J)// (EB) (la droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième). De même (IK)//(EH).
{ (I J) // (EB) , (IK)//(EH) donc les plans (IJK) et (EBH) sont parallèles.

***Propriété** :* Un plan sécant à deux plans parallèles coupe ceux-ci en deux droites parallèles. Exemple : *(IJK) coupe les plans parallèles (AEB) et (HDC) respectivement en (I J) et (KL) donc (I J) et (KL) sont parallèles.*

***Propriété** :* Une droite parallèle à deux plans sécants est parallèle à l'intersection de ces plans. Exemple : (JL) appartient à (ADB) donc lui est parallèle et (JL) est parallèle à (BC) donc est parallèle à (EBC) (qui contient (BC)). Donc (JL) est parallèle à l'intersection des deux plans (ADB) et (EBC).

***Propriété** :* Si deux plans sont parallèles à un même troisième plan alors ils sont parallèles entre eux.

Théorème du toit : Si *d* et *d'* sont deux droites parallèles, si un plan *P* contient d et un plan *P'* contient *d'* et si *P* et *P'* sont sécants en une droite Δ, alors Δ est parallèle à *d* et à *d'*.