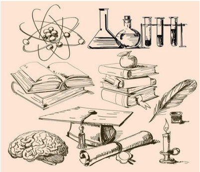
05/12/2017



Propagations des ondes planes dans les matériaux et métamatériaux

(Comme Dr Horton fait pas son travail , Dr Fab va faire le rapport pour vous les amies , c'est du niveaux 1er et 2ieme années en électromagnétisme __ *(c'est pour ma formation ok , sa m'entraine a faire les éléments de synthése)* .

<u>Propagation des ondes éléctromagnétique transversale dans les milieux .</u>

Calcul de l'équation :

Les milieux sont caractérisé par une permitivité $\epsilon=\epsilon_0\epsilon_r$,une perméabilité $\mu=\mu_0\mu_r$ et une conductivité σ .

En reportant ses valeur dans les équations de Maxwell on a exactement les mème équations sauf que les paramétres dans le vide sont passé aux paramétres dans le milieux .

$$DIV(\vec{E})=\frac{\rho}{\epsilon} \quad (1) \quad DIV(\vec{B})=\vec{0} \quad (2)$$

$$Rot(\vec{E})=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (3) \quad Rot(\vec{B})=\mu\vec{J}+\epsilon\mu\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \quad (4)$$

En dérivant l'équation de *Maxwell Ampère* (4) , et en prenons le rotationel de l'équation de l'induction *Maxwell Faraday* (3) on arrive a l'équation du système en prenons en compte le courant de conduction J :

$\Delta\vec{E}=\mu\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}+\epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$, le courant de conduction J est relié au champ electrique par la

relation $\vec{J}=\sigma\vec{E}$ qui mène à l'équation de propagations du champ electrique dans

les milieux $\Delta\vec{E}=\mu\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$.

Calcul des solutions :

THM :
Toute les solutions transversales des équations de Maxwell peuvent étre décomposé en série de Fourier .

Selon se théorème on sait quel solution particulière étudié , c'est une onde electromagnétique du type $\vec{E}=\vec{E}_0 \cos(\omega t+\varphi)$ ou $\vec{E}=(E_{x_0}, E_{y_0}, E_{z_0})$ est le vecteur constant qui a pour composante les amplitude maximal du signal , ωt la pulsation par le temp t , et φ le dépahasage au niveau de l'antenne .

On peut rajouter les variables d'espace x , y et z sous la forme du vecteur positions $(x, \vec{y}, z)=\vec{r}$ qui sera multiplié scalairement avec un vecteurnt $(k_x, \vec{k_y}, k_z)=\vec{k}$ appelé vecteur d'onde qui sert physiquement à annulé la dimenssion dans le cosinus.

Finalement la solution qui nous intéréssent → $\vec{E}=\vec{E}_0 \cos(\vec{k}.\vec{r}-\omega t+\varphi)$, appeler ondes planes à cause de son invariance quand le vecteur position prend toute les coordonées d'un plan orthogonal au vecteur d'onde donc parallèle entre eux dans le vide et espacé l'un de l'autre d'une longueur d'onde λ .

Ecriture complexe .

On a $\vec{E}^0 \cos(k.r-\omega t+\varphi)=\vec{E}^0 e^{i(k.r-\omega t+\varphi)}=\vec{E}^0[\cos(k.r-\omega t+\varphi)+i \sin(k.r-\omega t+\varphi)]$ et on peut faire sur l'exponentiel des additions , multiplier par un nombre réel , dérivé ou intégrer sans changer la bonne valeur du cosinus *(faut pas multiplier l'exponentiel par un nombre complexe sinon sa marche pas).*

En réalité , la fonction $\vec{E}^0 \cos(k.r-\omega t+\varphi)$ n'est pas une solution directement dans la mesure ou c'est la relation dite "de dispersion" qui donnent les conditions , c'est une relation entre les variable d'espace et la pulsation , dans le vide elle s'écrit $k=\frac{\omega}{c}$ ou k est la norme du vecteur d'onde et pour connaître la relations de dispersion dans les milieux on doit méttre la solution dans l'équation de propagation et chercher les

conditions .

On commence par simplifié le probleme en alignat conventionelement l'axe x du référentiel orthogonal arbitraire sur l'axe de propagation de l'onde pour limitter le vecteur position a la coordonée x et le vecteur d'onde a sa composante k_x ...(le vecteur d'onde et colinéaire a l'axe de propagation donc k_x est aussi la norme du vecteur donde c'est a dire k_x=k et le produit scalaire k.r devient kx).

$$\vec{E}=\vec{E}^0 e^{i(kx-\omega t+\varphi)}$$

Maintenant on calcul les conditions qui forme la relation de dispersion en méttant

la fonction dans l'équation des ondes dans le mileux .

On obtient un nombre complexe $k^2=\epsilon\mu\omega^2+\sigma\mu\omega i$.

Laissons cette relation de dispersion de coté pour l'instant et utilisant le fait que la

norme du vecteur d'onde est aussi complexe puisque son carré est complexe

C'est a dire qu'on a $k=k_1+k_2 i$ qu'on peut remetre dans la fonction et voir se que sa

donne *(en utilisant les propriété de l'exponentiel) :*

$$\vec{E}=\vec{E}^0 e^{i((k+k_2 i)x-\omega t+\varphi)}=\vec{E}^0 e^{-k_2 x} e^{i(k_1 x-\omega t+\varphi)}$$

la fonction $f(x)=e^{-k_2 x}$ décroit pour x positive , c'est clairement le facteur

d’atténuation de l'amplitude du signal transmis pendant sa propagation dans le

milieux .

(Remarque : on a dit qu'on prenait seulement la valeur réel d'un résulat avec l'exponentiel complexe donc pourquoi on considère la partie imaginaire de la relation de dispersion ? Parce que c'est un résultat intermédiare , le résulat final c'est la multiplication de la fonction par un nombre réel donc c'est ok).

Calcul du vecteur d’onde :

$k^2 = \epsilon\mu\omega^2 + \sigma\mu\omega i$ on pose $A = \epsilon\mu\omega^2$, $B = \sigma\mu\omega$ et on cherche x et y

tel que $x + yi = \sqrt{A + Bi}$ *c-a-d* $(x + yi)^2 = A + Bi$, qui revient à résoudre le systeme

$$x^2 - y^2 = A$$
$$2xy = B$$

(c’est une équation bicarré du 2ieme degrés).

Sa donne $x = \sqrt{\frac{-A + \sqrt{A^2 + B^2}}{2}}$ et $y = \sqrt{\frac{-A - \sqrt{A^2 + B^2}}{2}}$ et on a les partie réel et imaginaire

de la norme complexe du vecteur d’onde :

$$k_1 = \sqrt{\frac{-\epsilon\mu\omega^2 + \sqrt{(-\epsilon\mu\omega^2)^2 + (\sigma\mu\omega)^2}}{2}} \quad \& \quad k_2 = \sqrt{\frac{-\epsilon\mu\omega^2 - \sqrt{(-\epsilon\mu\omega^2)^2 + (\sigma\mu\omega)^2}}{2}} \quad .$$

A partir de la on peut commencer à étudier un peut le milieux ϵ, μ, σ *qui aurait le plus de moyens pour stopper ou d’absorber un champ électromagnétique transversale transmis avec une pulsation* ω *.*

D’abord les conditions réel sur la racine carré puisque les nombres k_1 et k_2 sont réel .

$-\epsilon\mu\omega^2 > \sqrt{(-\epsilon\mu\omega^2)^2 + (\sigma\mu\omega)^2} \rightarrow 0 > \sigma\mu\omega$ *(faut voir positif ou égal)* …………….
………………………………………………………………………..

(Je fait des mises a jour ok).

FB