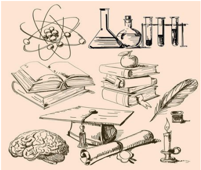
05/12/2017



Propagations des ondes planes dans les matériaux et métamatériaux

(Comme Dr Horton fait pas son travail , Dr Fab va faire le rapport pour vous les amies , c'est du niveaux 1[er] et 2ieme années en électromagnétisme __ *(c'est pour ma formation ok , sa m'entraine à faire les éléments de synthése et vous , ben vous méttez des sous dans ma cagnotte ok , ensuite vous méttez cette argent a disposition de responsable comme Dr Horton etc...pour financer des petites expérience pour se probleme de recherche , comme la cage de Faraday 100% avec de l'hélium liquide pour refroidir des parois en plomb etc...)* .

<u>Propagation des ondes éléctromagnétique transversale dans les milieux linéaire et isotrope.</u>

Calcul de l'équation :

Les milieux sont caractérisé par une permitivité $\epsilon=\epsilon_0\epsilon_r$,une perméabilité $\mu=\mu_0\mu_r$ et une conductivité σ .

En reportant ses valeur dans les équations de Maxwell on a exactement les mème équations sauf que les paramétres dans le vide sont passé aux paramétres dans le milieux .

$$DIV(\vec{E})=\frac{\rho}{\epsilon} \quad (1) \quad DIV(\vec{B})=\vec{0} \quad (2)$$

$$Rot(\vec{E})=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (3) \quad Rot(\vec{B})=\mu\vec{J}+\epsilon\mu\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \quad (4)$$

(Pour remplacer ϵ_0 par ϵ ont fait des manipulations sur les équations à partir du vecteur polarisation $\vec{P}=\epsilon_0\chi_p\vec{E}$ et pour remplacer μ_0 par μ on utilise le vecteur moment magnétique $\vec{M}=\mu_0\chi_m\vec{B}$).

En dérivant l'équation de *Maxwell Ampère* (4) , et en prenons le rotationnel de l'équation de l'induction *Maxwell Faraday* (3) on arrive a l'équation du système en prenons en compte le courant de conduction J :

$\Delta\vec{E}=\mu\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}+\epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$, le courant de conduction J est relié au champ électrique par la relation $\vec{J}=\sigma\vec{E}$ qui mène à l'équation de propagations du champ électrique dans les milieux $\Delta\vec{E}=\mu\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$.

Calcul des solutions :

THM :
Toute les solutions transversales des équations de Maxwell peuvent étre décomposé en série de Fourier .

Selon se théorème on sait quel solution particulière il faut étudié , c'est l'onde éléctromagnétique du type $\vec{E}=\vec{E}_0\cos(\omega t+\phi)$ ou $\vec{E}=(E_{x_0},E_{y_0},E_{z_0})$ est le vecteur constant qui a pour composante les amplitudes maximal du signal , ωt la pulsation par le temp t , et ϕ le déphasage au niveau de l'antenne .

On peut rajouter les variables d'espace x , y et z sous la forme du vecteur positions du point observer a partir d'une origine arbitraire $(x,\vec{y},z)=\vec{r}$ qui sera multiplié scalairement avec un vecteur $\vec{k}=(k_x,\vec{k}_y,k_z)$ appelé vecteur d'onde , qui sert physiquement à annulé la dimenssion dans le cosinus.

Finalement la solution qui nous intéréssent → $\vec{E}=\vec{E}_0\cos(\vec{k}.\vec{r}-\omega t+\phi)$, appeler ondes planes à cause de son invariance quand le vecteur position prend toute les coordonées d'un plan orthogonal au vecteur d'onde donc parallèle entre eux dans le vide et espacé l'un de l'autre d'une longueur d'onde λ .

Ecriture complexe .

On a $\vec{E}^0\cos(k.r-\omega t+\phi)=\vec{E}^0 e^{i(k.r-\omega t+\phi)}=\vec{E}^0[\cos(k.r-\omega t+\phi)+i\sin(k.r-\omega t+\phi)]$ et on peut faire sur l'exponentiel des additions , multiplier par un nombre réel , dérivé ou intégrer sans changer la bonne valeur du cosinus .
(faut pas multiplier l'exponentiel par un nombre complexe sinon sa marche pas).

En réalité , la fonction $\vec{E}^0\cos(k.r-\omega t+\phi)$ n'est pas directement une solution dans la mesure ou c'est la relation dite de ‘’dispersion" qui donnent les conditions , c'est une relation entre les variable d'espace et la pulsation _(dans le vide, elle s'écrit $k=\frac{\omega}{c}$, k est la norme du vecteur d'onde).

Pour connaître la relations de dispersion dans les milieux on doit mettre la solution dans l'équation de propagation et chercher les conditions .

On commence par simplifié le problème en alignant conventionnellement l'axe x du référentiel orthogonal arbitraire, sur l'axe de propagation de l'onde pour limiter le vecteur position a la coordonnée x et le vecteur d'onde a sa composante k_x ...(le vecteur d'onde et colinéaire à l'axe de propagation donc k_x est aussi la norme du vecteur d'onde c'est a dire k_x=k et le produit scalaire k.r devient kx __ si on passe a 3 dimension , on retrouvera la même relation de dispersion puisque k est la norme du vecteur d'onde).

$$\vec{E}=\vec{E}^0 e^{i(kx-\omega t+\phi)}$$

Maintenant on calcul les conditions qui forment la relation de dispersion en méttant la fonction dans l'équation des ondes dans les millieux .

On obtient un nombre complexe $k^2=\epsilon\mu\omega^2+\sigma\mu\omega i$.

Laissons cette relation de dispersion de coté pour l'instant et utilisant le fait que la norme du vecteur d'onde est aussi complexe puisque son carré est complexe

C'est a dire qu'on a $k=k_1+k_2 i$ qu'on peut remetre dans la fonction et voir se que sa donne *(en utilisant les propriété de l'exponentiel) :*

$$\vec{E}=\vec{E}^0 e^{i((k+k_2 i)x-\omega t+\phi)}=\vec{E}^0 e^{-k_2 x}\, e^{i(k_1 x-\omega t+\phi)}$$

la fonction $f(x)=e^{-k_2 x}$ décroit pour x positive , c'est clairement le facteur d’atténuation de l'amplitude du signal transmis pendant sa propagation dans le milieux .

(Remarque : on a dit qu'on prenait seulement la valeur réel d'un résulat avec l'exponentiel complexe donc pourquoi on considère la partie imaginaire de la relation de dispersion ?
Parce que c'est un résultat intermédiare , le résulat final c'est la multiplication de la fonction par un nombre réel donc c'est ok).

Calcul du vecteur d'onde :

$k^2=\epsilon\mu\omega^2+\sigma\mu\omega i$ on pose $A=\epsilon\mu\omega^2$, $B=\sigma\mu\omega$ et on cherche x et y

tel que $x+yi=\sqrt{A+Bi}$ *c-a-d* $(x+yi)^2=A+Bi$, qui revient à résoudre le systeme

$$x^2-y^2=A$$
$$2xy=B$$

(c'est une équation bicarré du 2ieme degrés).

Sa donne $x=\sqrt{\frac{-A+\sqrt{A^2+B^2}}{2}}$ et $y=\sqrt{\frac{-A-\sqrt{A^2+B^2}}{2}}$ et on a les partie réel et imaginaire

de la norme complexe du vecteur d'onde :

$$k_1=\sqrt{\frac{-\epsilon\mu\omega^2+\sqrt{(-\epsilon\mu\omega^2)^2+(\sigma\mu\omega)^2}}{2}} \quad \& \quad k_2=\sqrt{\frac{-\epsilon\mu\omega^2-\sqrt{(-\epsilon\mu\omega^2)^2+(\sigma\mu\omega)^2}}{2}} \quad .$$

A partir de la on peut commencer à étudier un peut le milieux ϵ, μ, σ *qui aurait le plus de moyens pour stopper ou d'absorber un champ électromagnétique transversale transmis avec une pulsation* ω .

D'abord les conditions réel sur les racines carré puisque les nombres k_1 et k_2 sont des nombres réel .

La condition sur la grande racine carré → $-\epsilon\mu\omega^2\pm\sqrt{(-\epsilon\mu\omega^2)^2+(\sigma\mu\omega)^2}\geq 0$.

La conditions sur la petite racines carré → $(-\epsilon\mu\omega^2)^2+(\sigma\mu\omega)^2\geq 0$.

Avant de chercher des informations , je vais faire une remarque personnel avec mon avis personnel que vous pourrez évaluer indépendamment .

Remarque :
On voit qu'il y a un problème avec ses racines carré puisque le corp des nombres complexe est algébriquement clos , c'est à dire contient toute les solutions des équations algébrique donc physiquement ses conditions devrait être suffisante , mais il existe des valeur complexe des paramétres ϵ, μ, σ *, se qui autorise les valeurs* k_1 *et* k_2 *à avoir des valeurs complexe .*

Mon avis : On peut parfaitement donner des valeurs complexe aux nobre k_1 *et* k_2 *puisque le calcul redonne un nombre complexe donc on reste dans le corp C , c'est juste une forme différente du même nombre complexe qui permet de traiter les paramétres physique complexe .*

Ex : Si $k_1 = a+bi$ *, et* $k_2 = c+di$ *on a* $k_1 + k_2 i = (a+bi) +(c+di)i=(a-d)+(b+c)i$ *qui donne les valeur* $k_1=a-d$ *et* $k_2 = b+c$ *qui sont bien réel donc les conditions sont indirectement vérifié , c'est juste une astuce de calcul pour gérer les paramètres physique complexe qui s'impose .*

(De toute façon on vérra plus bien plus loin dans le rapport si cette façon de voir fonctionne c'est un fichier assez long donc sa va me prendre quelques semaines peut être avant de faire le tour de se que je peut faire sur se sujet + l'orientation pour fabriquer les matériaux et métamatériaux absorbant).

Les informations :

La profondeur de pénétrations de l'onde plane

On a $\vec{E}=\vec{E}^0 e^{-k_2 x} e^{i(k_1 x-\omega t+\phi)}$ donc l'amplitude de l'onde tend vers 0 quand x tend vers l'infinition des courants de charge et on se demande ou commence le début de la fin relative de cette ondes ?

Le facteur d'atténuation est du a des perte d'énergie de l'onde par effet joules et/ou par oppositions avec des champs électrique du aux polarisation des charge libres et aux frottement des charges de polarisation lié aux atomes et d'autre effet plus ou moins bien connue lié a une 3ieme composante du champ électromagnétique lié aux problème des ondes dite scalaire .

Se qu'il appel l'épaisseur de peau δ c'est l'inverse du nombre k_2 , c'est une profondeur

de pénétration de l'onde contre une baisse de $\frac{1}{e}=\frac{1}{2,718}$ ~ 37 % de l'amplitude de l'onde .

On a $k_2=\sqrt{\frac{-\epsilon\mu\omega^2-\sqrt{(-\epsilon\mu\omega^2)^2+(\sigma\mu\omega)^2}}{2}}$, donc $\delta=\frac{1}{k_2}=\sqrt{\frac{2}{-\epsilon\mu\omega^2-\sqrt{(-\epsilon\mu\omega^2)^2+(\sigma\mu\omega)^2}}}$

c'est la forme compléte de l'épaisseur depeau ok , dans les manuel ils écrivent

$\delta=\sqrt{\frac{2}{\sigma\mu\omega}}$ qui est un cas particulier quand $\sigma\mu\omega\gg\epsilon\mu\omega^2$, c'est se qui se passe dans les matériaux conducteur classique comme le cuivre etc...et sa revient à éliminer la partie réel $\epsilon\mu\omega^2$ du nombre d'onde complexe dans l'expression compléte .

Il y a éssentiellement 3 type de milieux qui vous concerne :

1 → Les plasmas.
2 → Les conducteur .
3 → Les isolants .

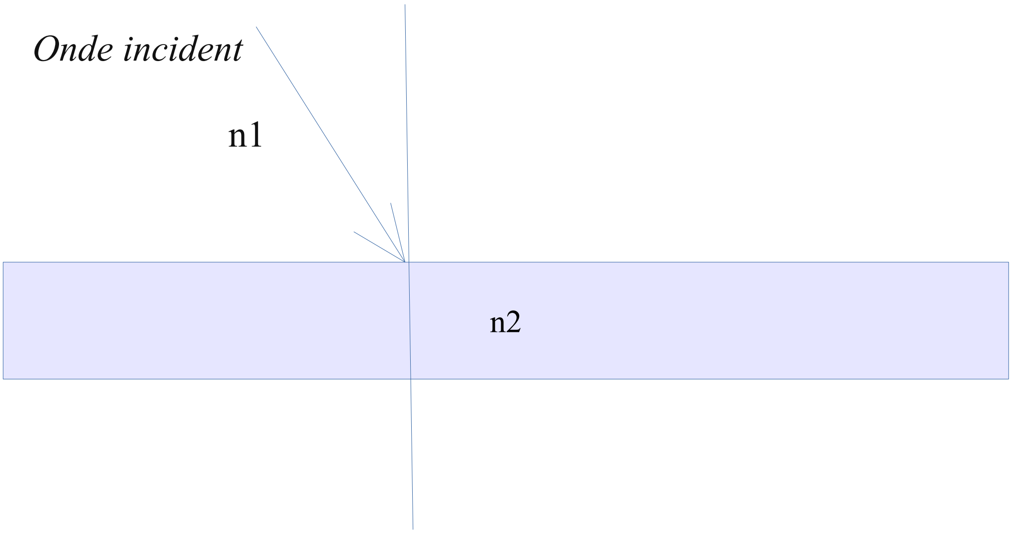
Les plasma a cause du transfert de micro-ondes a travers la ionosphère à partir de satéllite , et les 2 autres servent a faire directement des écran ou indirectement des matériaux et métamatériaux absorbant qu'on va étudier au niveau de la fabrication pas trop chère un peut plus loin .

Indice de réfraction et loi de Snell Descartes

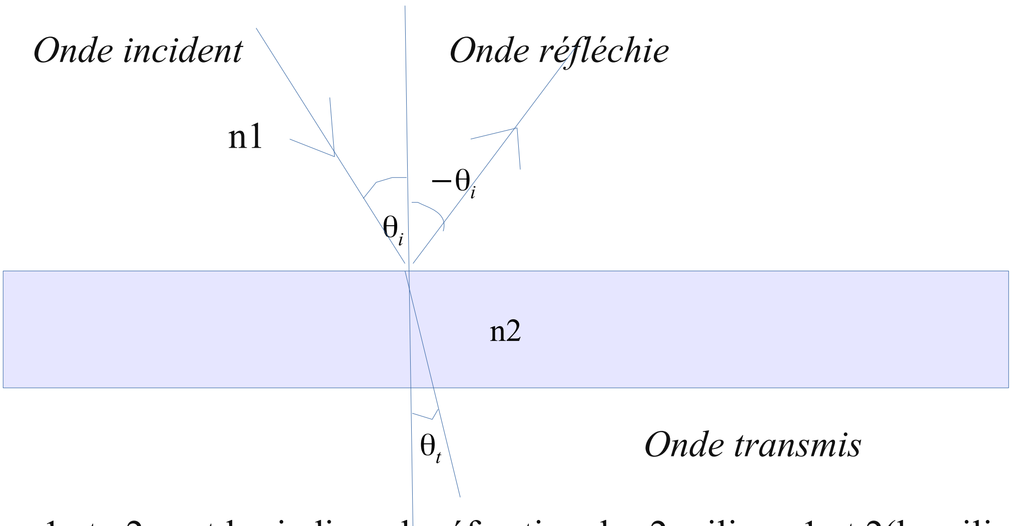
Avant de continuer la recherche d'information sur les matériaux , il faut d'abord faire un module sur les notions d'onde incident , réfracter et transmis a cause des indices de réfraction qui rentre dans l'étude des matériaux a fabriquer *(opposition de phase etc...)*.

On se pose la question de la réfraction des onde invisible puisqu'on voit la lumière qui fait partie des ondes plane , se réfléchi sur certain matériaux (donc passe pas) .

L'onde plane arrive orienter par son vecteur d'onde se propage dans le vide et vient rencontrer un matériaux selon un angle θ_i par rapport a l'axe vertical qui passe par le point d'incidence de l'onde .



On démontre dans les matériaux normale que l’onde réfléchie est dévié avec un angle exactement opposé a l’angle incident $\theta_r = -\theta_i$ et que l’onde transmis à travers le matériaux vérifie la relation de Snell Descarte $n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_r)$



Les indices n1 et n2 sont les indices de réfraction des 2 milieux 1 et 2(le milieux extérieur et le milieux du matériaux) , c’est le rapport de la vitesse de propagation dans le vide et la vitesse de propagation dans le milieux d’indice n , *(le vide a l’indice de référence n=1*) s vitesse de propagation par rapport au vide .

$$\mathbf{N = C/V}$$

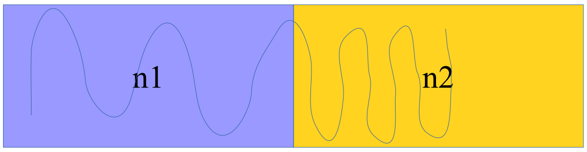
Avec N l’indice de réfraction du milieux , C la vitesse de la lumière dans le vide et V la vitesse de l’onde transmis dans le milieu .

THM :
La fréquence des ondes transversales sont invariant par changement de milieux .

Selon se thm , les 3 champs *(incident , réfléchie et transmis)* , ont la mème fréquence mais les vitesse sont différentes donc c'est les longueurs d'onde qui change c'est a dire qu'on a $n_1\lambda_1=n_2\lambda_2$.

Exemple avec n2 > n1.

La longueur d'onde dans le milieux n2 est raccourci pour conserver la fréquence étant donner que la vitesse de propagation de l'onde a diminuer .



L'indice de réfraction n est lié aux paramétres $\epsilon\, et\, \mu$ par la relation $n=\sqrt{\epsilon_r\mu_r}=\frac{c}{v}$

Remarque :

On a $k^2=\epsilon\mu\omega^2+\sigma\mu\omega i$ et $\epsilon\mu=\epsilon_0\mu_0\epsilon_r\mu_r$ mais $\epsilon_r\mu_r=\frac{c^2}{v^2}$ et grace a l'équation des ondes dans le vide on sait que $\epsilon_0\mu_0=\frac{1}{c^2}$ donc $\epsilon\mu=\frac{1}{v^2}$ c-a-d $v=\frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$.

On sait ici que dans un isolant la vitesse de l'onde diminue puisque si on annule les charge de conduction $J_c=\sigma\vec{E}$, il reste l'équation des ondes $\Delta\vec{E}=\epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$ qui s'écrit aussi $\Delta\vec{E}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$ (c'est une propriété de l'équation)

(cette infos peut servir a ralentir une onde avec des matériaux pas chère pour capter son signal avant qu'elle traverse le milieux et lui renvoyer une onde exactement en opposition de phase avant qu'elle passe dérrière l'antenne).

THM :
Quand un onde plane est sur une interface qui sépare 2 milieux d'indice n1 et n2 , les champ incident , réfléchie et transmis on la même projection sur l'interface , contrairement a leur projection orthogonal a se même interface qui change d'un facteur $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$.

Se thm permet de trouver les Amplitude de départ des ondes transmis et réfléchie .

………. (je fait des mise a jour).

………………………………...

Propagation dans les plasmas :

FB