

## Oscillations libres non amorties

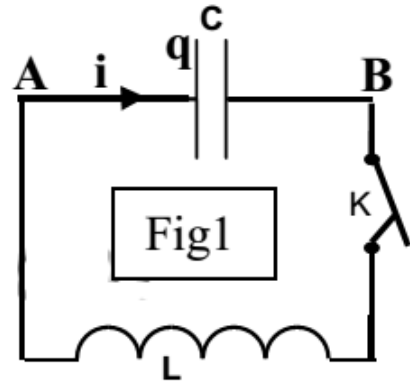
### Exercice n° 1:

Un circuit électrique LC est constitué par :

- Un condensateur, de capacité  $C = 1\mu F$ .
- Une bobine d'inductance  $L = 1H$  et de résistance négligeable.
- Un interrupteur  $K$ . (figure -1-)

On charge le condensateur ( $K$  ouvert) telle que l'armature  $B$  porte la charge  $Q_0 = -10^{-6}C$ . A la date  $t=0s$ , on ferme l'interrupteur  $K$

- a- Établir l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité  $i$  du courant dans le circuit.
- b- Montrer que  $i(t) = I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_i)$  est solution de l'équation différentielle à condition que  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ . Déduire l'expression de la période  $T_0$  des oscillations. Calculer sa valeur.
- c- Déduire l'expression de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur en fonction de  $I_m$ ,  $C$ ,  $\omega_0$  et  $\varphi_i$ . Montrer que  $I_m = \omega_0 Q_0$ .
- d- Écrire l'expression de l'intensité du courant, de la tension aux bornes du condensateur et de la tension aux bornes de la bobine en fonction du temps.



### Exercice n° 2 :

Un condensateur de capacité  $C$  est chargé à l'aide d'un générateur de tension délivrant à ces bornes une tension constante  $U$  ( $K_2$  ouvert et  $K_1$  fermé voir schéma ci-contre). Les armatures  $A$  et  $B$  de ce condensateur chargé sont reliées à une bobine d'inductance  $L$  de résistance négligeable. A un instant  $t=0s$ , pris comme origine des temps on ouvre l'interrupteur  $K_1$  et on ferme  $K_2$ .

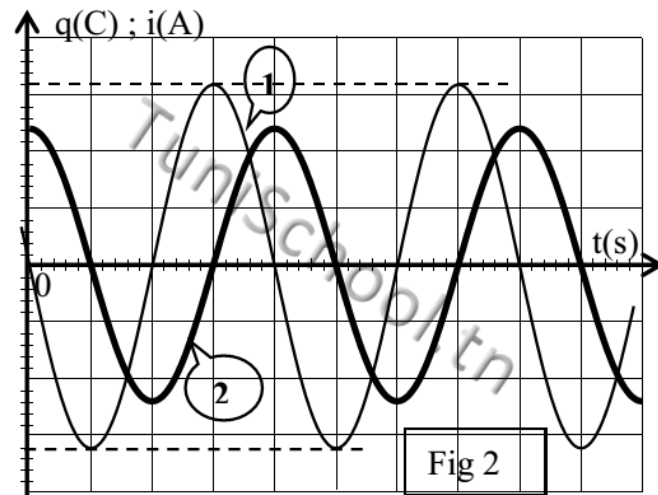
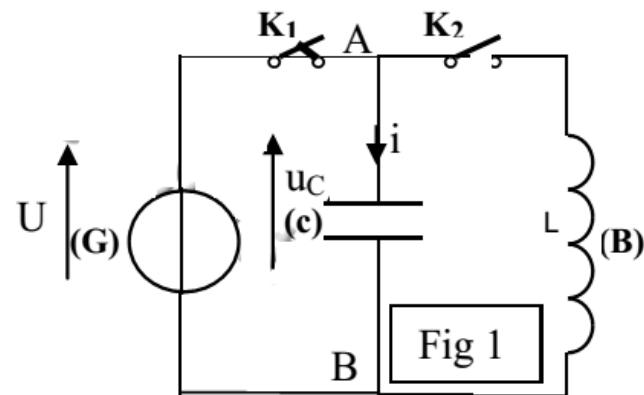
L'intensité  $i(t)$  du courant est comptée positivement quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma. On appelle  $q(t)$  la charge de l'armature reliée au point  $A$  et on précise qu'à l'instant  $t=0s$  cette armature est chargée positivement.

1) a-Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge  $q(t)$ .

- b- Montrer que  $q(t) = Q_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$  est une solution de cette équation différentielle pour une valeur particulière de  $\omega_0$  dont on déterminera l'expression.

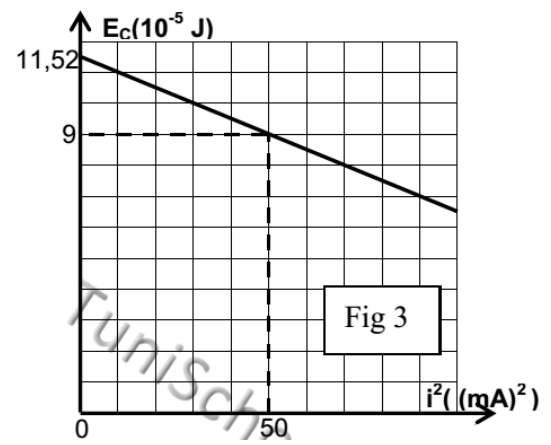
2) On donne dans la figure 2, les courbes de variation de la charge  $q(t)$  du condensateur et de l'intensité de courant  $i(t)$  qui traverse le circuit.

- a- Identifier les courbes 1 et 2.
- b- Déterminer l'expression de  $q(t)$  et celle de  $i(t)$ . On donne l'échelle :



- \* pour la charge  $q(t) : 2.10^{-5} C \longrightarrow 1$  carreau.
- \* pour l'intensité de courant  $i(t) : 1,5\pi mA \longrightarrow 1$  carreau.

- 3) a- Donner l'expression de l'énergie totale  $E_{tot}$  du circuit en fonction de  $q, i, L$  et  $C$ .  
 c- Montrer que  $E_{Tot} = E_C(t) + E_L(t)$  est constante et qu'elle est égale à  $\frac{1}{2} \cdot L \cdot I_m^2$ .  
 c- Déterminer l'expression de  $E_C$  en fonction de  $i^2$ .  
 d- sur la figure 3 on donne la courbe représentant l'évolution de l'énergie électrique  $E_C$  en fonction de  $i^2$ . Déterminer graphiquement l'inductance  $L$ , déduire la valeur de la capacité  $C$  du condensateur.

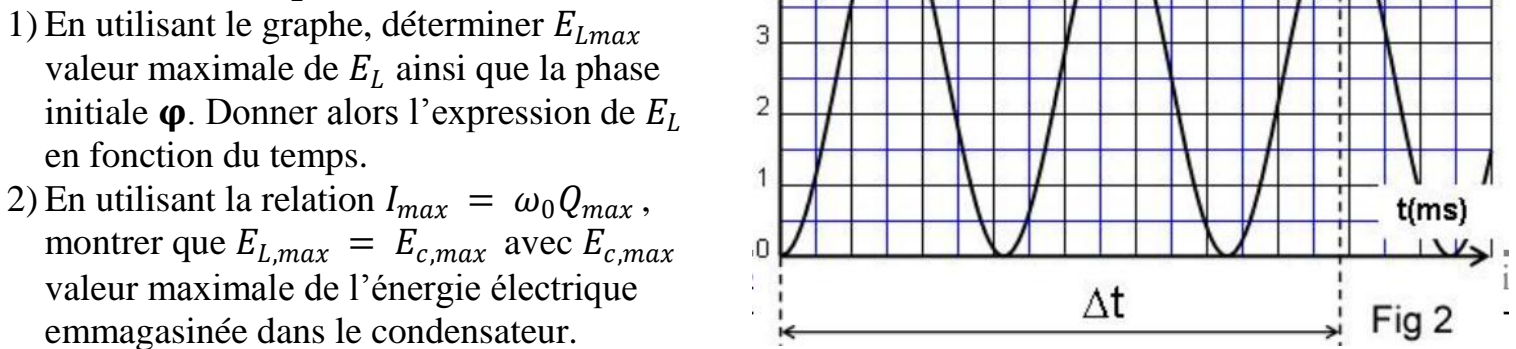


### Exercice n° 3 :

Un condensateur de capacité  $C$  est préalablement chargé à l'aide d'un générateur de tension délivrant à ses bornes une tension constante  $U = 10V$ .

A un instant pris comme origine de temps on relie le condensateur à une bobine purement inductive d'inductance  $L$ . A l'aide d'un dispositif approprié, on suit l'évolution de l'énergie magnétique  $E_L$  emmagasinée dans la bobine en fonction du temps. Les résultats obtenus nous ont permis de tracer le graphe de la figure 2.

On donne l'expression de l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine en fonction du temps :  $E_L(t) = \frac{E_{Lmax}}{2} (1 - \cos(2000\pi t + \varphi))$



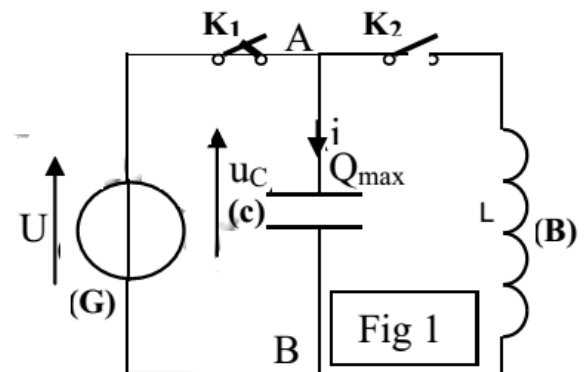
- 1) En utilisant le graphe, déterminer  $E_{Lmax}$  valeur maximale de  $E_L$  ainsi que la phase initiale  $\varphi$ . Donner alors l'expression de  $E_L$  en fonction du temps.
- 2) En utilisant la relation  $I_{max} = \omega_0 Q_{max}$ , montrer que  $E_{L,max} = E_{c,max}$  avec  $E_{c,max}$  valeur maximale de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur.
- 3) a- Calculer la valeur de la capacité  $C$  du condensateur. Déduire la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.  
 b- Calculer la durée  $\Delta t$  indiquée sur le graphe de la figure 2 (ci-contre). Sous quelle forme apparaît l'énergie totale du circuit à l'instant  $t = \Delta t$  ?
- 4) Déterminer l'expression de l'intensité du courant électrique qui circule dans le circuit en fonction du temps. Déduire l'expression de la charge  $q$  du condensateur.
- 5) Représenter sur un papier millimétré le graphe d'évolution de l'intensité du courant et celui de l'évolution de la charge  $q$  du condensateur en fonction du temps.

Echelle : Temps :  $0,5 ms \longrightarrow 1 cm$  \* Intensité :  $10 mA \longrightarrow 1 cm$  \* Charge :  $2.10^{-6} C \longrightarrow 1 cm$

### Exercice n° 4 :

On considère le circuit électrique schématisé dans la figure ci-contre, comportant : un générateur de tension continue (G), de f.é.m  $U_0$  et de résistance interne négligeable ; un condensateur (c) de capacité  $C$  et d'armatures A et B ; une bobine (B) d'inductance  $L$  et de résistance négligeable ; deux interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$

- 1)  $K_2$  étant ouvert, on ferme  $K_1$ . Après une brève



durée, le condensateur porte une charge maximale  $Q_0$  et emmagasine une énergie électrostatique  $E_0$ .

a- Donner l'expression de  $Q_0$  en fonction de  $U_0$  et  $C$ .

b- Donner l'expression de  $E_0$  en fonction de  $Q_0$  et  $C$ .

2) Le condensateur étant chargé ; à  $t = 0$  on ouvre  $K_1$  et on ferme  $K_2$ . A t quelconque, l'armature  $A$  du condensateur porte une charge  $q$ .

a- Exprimer l'énergie électromagnétique  $E$  en fonction de  $L, C, q$  et  $i$ .

b- Montrer, sans faire aucun calcul que cette énergie se conserve et elle est égale à  $\frac{Q_0^2}{2C}$ .

c- Dédire l'équation différentielle des oscillations électriques.

d- Déterminer l'expression de la période propre  $T_0$  en fonction de  $L$  et  $C$ .

e- Donner l'expression de la charge  $q$  en fonction du temps.

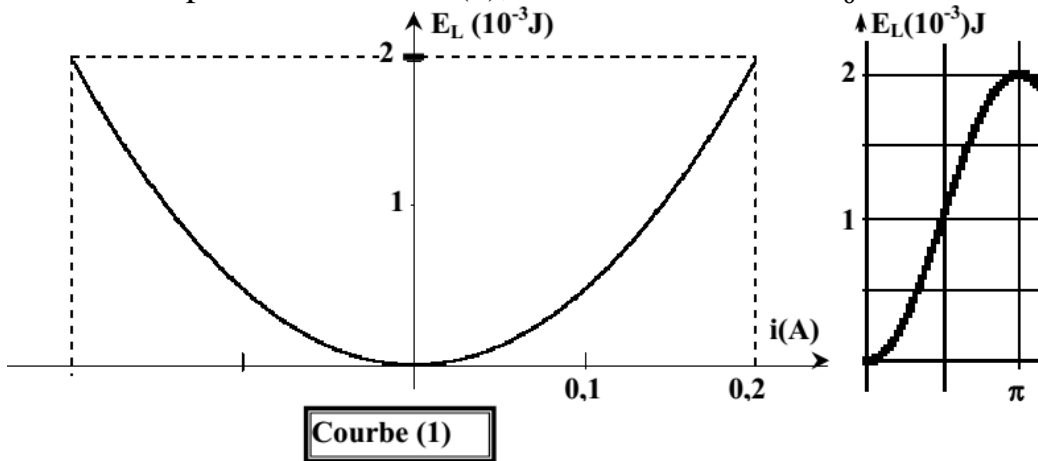
3) Montrer que l'expression de cette énergie  $E_L$  en fonction du temps s'écrit :

$$E_L = \frac{E_0}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{4\pi}{T_0} t + \pi\right) \right]$$

4) Une étude expérimentale a permis de tracer les courbes (1) et (2) (ci-dessous) traduisant respectivement les variations de l'énergie magnétique  $E_L$  en fonction de  $i$  et en fonction du temps.

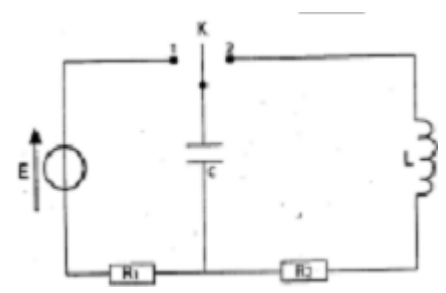
a- En exploitant la courbe (1), déduire les valeurs de  $L$  et de  $E_0$ .

b- En exploitant la courbe (2), déduire la valeur de  $T_0$ . Déterminer alors  $C, Q_0$  et  $U_0$ .



### Exercice n° 5 :

On considère le circuit électrique constitué par un générateur de tension de f.e.m  $E = 10 V$ , un condensateur de capacité  $C = 10 \mu C$ , une bobine d'inductance  $L$  et de résistance négligeable, deux résistors de résistance  $R_1$  et  $R_2$  et un commutateur  $K$ . L'ensemble est associé comme l'indique la figure ci-contre.



Les parties A, B et C. sont indépendantes.

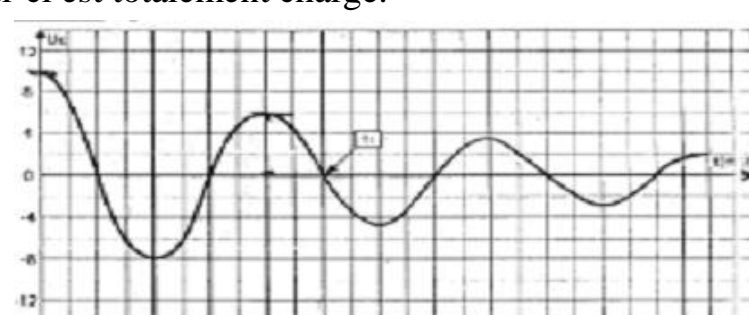
**A-** On ferme le commutateur sur la position 1.

1) Quel phénomène physique se produit au niveau du condensateur ? Le décrire brièvement.

2) Calculer la charge du condensateur lorsque celui-ci est totalement chargé.

3) En déduire l'énergie emmagasinée par le condensateur.

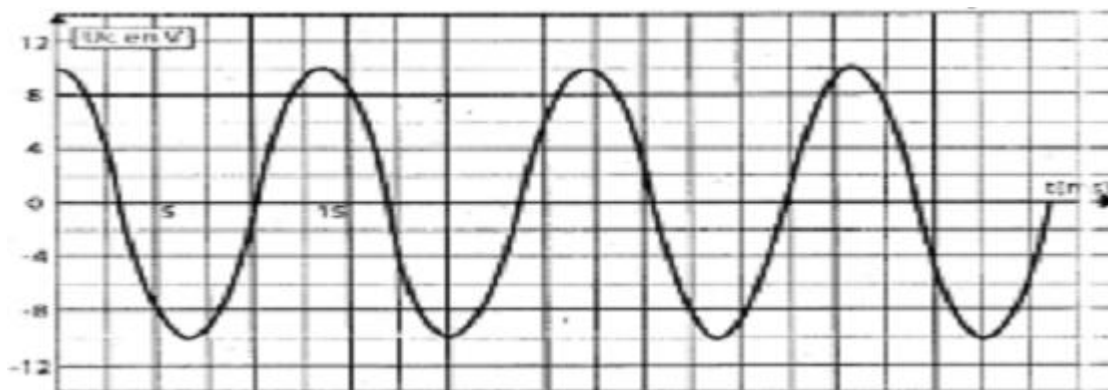
**B-** Le condensateur étant chargé, on bascule, à l'origine des dates  $t = 0$ , le commutateur sur la position 2. Un oscilloscope a' mémoire permet de visualiser la tension  $u_C(t)$ .



1) De quel régime d'oscillation s'agit-il?

- 2) Etablir l'équation différentielle relative à la tension  $u_C$ . En déduire celle relative à  $q$
- 3) a- Montrer que l'énergie électromagnétique du circuit  $R_2LC$  diminue au cours du temps. A quoi est due cette diminution?  
 b- En déduire une justification de l'allure de la courbe obtenue.  
 c- Déterminer la variation de l'énergie au cours de la première pseudo période.  
 d- Quelle est la forme l'énergie emmagasinée dans le circuit à l'instant  $t_1$  ?? Indiquer comment calculer cette valeur.
- 4) Donner l'allure de  $u_C(t)$  si on remplace  $R_2$  par une résistance  $R'_2$  très grande. Nommer le régime obtenu.

C- On enlève le résistor  $R_2$ , On recharge le condensateur et on ferme le commutateur sur la position 2. La nouvelle courbe de la variation de  $u_C$  en fonction du temps est donné par le graphe ci-dessous.



- 1) a- Etablir l'équation différentielle relative à  $u_C$   
 b- Sachant que la solution de cette équation différentielle est une fonction de la forme :  
 $u_C(t) = U_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ , déterminer la valeur maximale  $U_{max}$ , la pulsation propre  $\omega_0$  et la phase initiale  $\varphi$  ;  
 c- En déduire l'expression en fonction du temps de:  
 - La charge  $q$  du condensateur.  
 - L'intensité  $i$  du courant.  
 - Tracer sur la même graphe la courbe  $i(t)$ .  
 d- Déterminer la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.
- 2) a- Etablir les expressions, en fonction du temps, des énergies  $E_C$  et  $E_m$   
 b- Montrer que l'énergie électromagnétique totale  $E$  se conserve et calculer sa valeur.
- 3) Représenter sur le même graphe  $E_m$ ,  $E_C$  et  $E$ .  
 - En fonction de  $q$ .  
 - En fonction de  $q_2$