المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
كتابة الدولة المكلفة بالتعليم

امتحان تجريبي   المادة: الرياضيات

الشعبة: العلوم التجريبية والتكنولوجيات

مدة الانجاز: 3 ساعات

المعامل: 7

معلومات عامة

- **يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير قابلة للبرمجة**
- **مدة إنجاز موضوع الامتحان: 3 ساعات**
- **-عدد الصفحات: صفحات (الأولى** تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان**).**
- **يمكن للمتر شح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه.**
- **ينبغي تفادي اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة.**
- **بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة.**

معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها وتتوزع حسب المجالات كمايلي.

التمرين		
تمرين1	الأعداد العقدية	3نقط
تمرين2	الهندسة الفضائية	3نقط
تمرين3	حساب الاحتمالات	3نقط
تمرين4	المتتاليات العددية	3نقط
تمرين5	دراسة الدوال وحساب التكامل	8نقط

موضوع الامتحان التجريبي 2 في مادة الرياضيات الدورة العادية2019 شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها.

تمريـــــــــــــــــــــــــــــــن1 : 3ن

1- حل في مجوعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $\frac{1}{2}z^2-4\sqrt{3}z+32=0$

2- في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\overrightarrow{e_1};\overrightarrow{e_2})$. نعتبر النقطتين A و B لحقيهما على التوالي هما $z_A=-4\sqrt{3}-4i$ و $z_B=-4\sqrt{3}+4i$

أ) - أحسب OA و OB وAB

ب)- استنتج طبيعة المثلث AOB

3- لتكن C النقطة ذات اللحق $c=\sqrt{3}+i$ والنقطة D صورتها بالدوران مركزه النقطة O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- حدد لحق النقطة D

4- لتكن G نقطة لحقها $g=-4\sqrt{3}+6i$

أ- حدد قياسا للزاوية $(\overrightarrow{GA};\overrightarrow{GC})$

ب-استنتج طبيعة المثلث GAC

تمريـــــــــــــــــــــن2 : 3ن

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$مباشر. النقط $A(-3;0;0)$ $B(-1;0;-1)$ و $C(-1;1;0)$ والفلكة (S) التي مركزها Ω وشعاعها 2 :

-1 أحسب $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ واستنتج أن $x-2y+2z+3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

-2 بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S)

-3 ليكن (Q) المستوى المعرف بالمعادلة الديكارتية $2x+2y+z+3=0$

-4 - بين أن المستوى (Q) عمودي على المستوى(ABC)

-5 بين ان المستوى (Q) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة

-6 أعط تمثيلا برامتريا للمستقيم (Δ)المار من Ω والعمودي على المستوى (Q)

-7 حدد مركز وشعاع الدائرة (C)

تمريـــــــــــــــــــــــــــــن3 : 3ن

تتكون الطبقة العاملة في إحدى الشركات من ثلاث نساء وسبعة رجال. نختاربقرعة عشوائيا وفي آن واحد شخصين من هذه الشركة لأداء مناسك الحج. نعتبر الحدثين A وB

- A : الشخصان المختاران رجلان.

- B : من بين الشخصين المختارين توجد على الأقل ارأة.

1- بين أن احتمال A هو $\dfrac{7}{15}$

2- بين إحتمال B هو $\dfrac{8}{15}$

3- نعتبر التجربة العشوائية التالية : . نختار واحادا من الشركة فإذا كانت امرأة نتوقف عن الاختيار أما إذاكان رجلا نتركه جانبا ثم نختار شخصا ثانيا وأخيرا من الشركة. ليكن C وD الحدثين التاليين.

- C : الحصول على امرأة في الاختيار الأول

- D : الحصول على امرأة

أ) أحسب $p(C)$

ب) بين أن $p(D)=\frac{8}{15}$

2تمريـــن4: 3ن

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب : $\forall n\in IN:\begin{cases}u_0=1\\ u_{n+1}=u_n(u_n+1)\end{cases}$

1) احسب u_1 و u_2

2) بين أن (u_n) تزايدية واستنتج أن $(\forall n\in IN):u_n\geq 1$

3) لبين أن $(\forall n\in IN):u_n^2\geq u_n$

أ- بين أن $(\forall n\in IN):u_{n+1}\geq 2u_n$

ب- استنتج أن $\forall n\in IN:u_n\geq 2^n$

ج- أحسب $\lim_{x\to+\infty}u_n$

تمريـــن5 : 8ن

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب : $g(x)=\ln x+x^2-1$

وليكن (C_g) منحناها في معلم متعامد ممنظم .

1) أحسب $g(1)$

2) أادرس تغيرات الدالة g

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ ب $f(x)=2-x+\frac{\ln x}{x}$

1- أدرس تغيرات f على $]0;+\infty[$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة f

2- بين أن المستقيم $(\Delta_1): y=2-x$ مقارب ل (C_f) بجوار $+\infty$

3- ادرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ_1)

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[e^{\frac{1}{2}};e^{\frac{3}{2}}\right]$

4) حدد إحداثيتي النقطة C التي يكون فيها المماس مواز ل (Δ_1)

5- أنشئ (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$ بحيث $\|\vec{i}\|=2cm$

6- أحسب التكامل $\int_{e}^{e^2}\frac{\ln x}{ء}dx$

7-أحسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=e$ و $x=e^2$

حلول تمارين موضوع الامتحان

حل التمرين الأول

-1 لنحل المعادلة $(E): z\in \mathbb{C} : \frac{1}{2}z^2+4\sqrt{3}z+32=0$

لدينا مميز هذه المعادلة (E) هو $\Delta'=-4=(2i)^2$ لأن $i^2=-1$

ومنه $z_1=-4\sqrt{3}-4i$ و $z_2=-4\sqrt{3}+4i$ إذن $S=\left\{-4\sqrt{3}-4i;-4\sqrt{3}+4i\right\}$

-2 $OA=|a|=8$; $OB=|b|=8$; $AB=|8i|=8$ إذن AOB متساوي الأضلاع

-3 $z_D=z_C.e^{i\frac{\pi}{3}}=\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\sqrt{3}-i\right)=2i$

-4 $\frac{c-g}{a-g}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}=\left[1;\frac{\pi}{3}\right]$

-5 $\begin{cases} GA=GC \\ \arg\left(\frac{c-g}{a-g}\right)=\frac{\pi}{3}[2\pi] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |c-g|=|a-g| \\ \arg\left(\frac{c-g}{a-g}\right)=\frac{\pi}{3}[2\pi] \end{cases}$ إذن GAC متساوي الأضلاع

حل التمرين الثاني

1- مثلوث إحداثيات $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ هو $(1;-2;2)$

2- لدينا $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ متجهة منظمية على المستوى (ABC) إذن معادلته هي

$x-2y+2z+d=0$ وحيث $A\in(ABC)$ إذن $d=3$ ومنه

$(ABC): x-2y+2z+3=0$

2- أ- معادلة الفلكة (S) هي $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=2^2$

ب- $d(\Omega;(ABC))=2=R$ إذن (ABC) مماس للفلكة (S)

3- أ- $(Q)\perp(ABC)$ لأن $1\times2+(-2)\times2+1\times2=0$

ب-لدينا $d(\Omega;(Q))=1\prec R$ إذن المستوى (Q) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة

ج- التمثيل البرامتري ل (Δ) المار من Ω والموجه ب $\vec{u}(2;2;1)$ لأنها منظمية

على (Q) هو : $(\Delta):\begin{cases}x=2t+1\\ y=-2t-1 \quad (t\in IR)\\ z=2t\end{cases}$

د- شعاع الدائرة تقاطع (Q) و (S) هو $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{3}$ ومركزها هوتقاطع(Q)

و (S) أي حل النظمة التالية

$$\begin{cases}x=2t+1\\ y=-2t-1\\ z=2t\\ 2x+2y+Z+3=0\end{cases} \Rightarrow 2(2t+1)+2(-2t-1)+2t+3=0 \Rightarrow t=\frac{-3}{2}$$

ومنه $\begin{cases}x=-2\\ y=2\\ z=-3\end{cases} \Rightarrow E(-2;2;3)$

حل التمرين الثالث

1- احتمال الحدث G

1- لدينا $p(A)=\frac{cardA}{card\Omega}=\frac{C_7^2}{C_{10}^2}=\frac{7}{15}$ و $p(B)=1-p(A)=\frac{8}{15}$

2- أ إذن $p(C)=\frac{C_3^1}{10}=\frac{3}{10}$

ب- $p(D)=\frac{C_3^1}{10}+\frac{C_7^1+C_3^1}{A_{10}^2}=\frac{8}{15}$

3حل التمرين الرابع

1- $u_1=1$ و $u_2=6$

2- (u_n) تزايدية لأن $u_{n+1}-u_n=u_n{}^2\geq 0$

وبما أن (u_n) تزايدية فإن $\forall n\in IN:\begin{cases}u_n\geq u_0\\ u_n\geq u_1\end{cases}$

3- أ- لدينا $\forall n\in IN:\begin{cases}u_n\geq 1\\ u_n\succ 0\end{cases}\Rightarrow u_n.u_n\geq u_n\Rightarrow u_n{}^2\geq u_n$

ت-نبين ان $\forall n\in IN:u_{n+1}\geq 2u_n$

$u_{n+1}-2u_n=u_n(u_n-1)\geq 0\Rightarrow u_{n+1}\geq 2u_n$

ث-نستنتج أن $\forall n\in IN:u_n\geq 2^n$

باستعمال الاستدلال بالترجع نبين أن $\forall n\in IN:u_n\geq 2^n$

4- $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}2^n=+\infty\\ 2\succ 1\end{cases}\Rightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}u_n=+\infty$

1حل التمرين5

الجزء الأول

1- $g(1)=0$

2- $g'(x)=\frac{1}{x}+2x\succ 0$

x	0	1	$+\infty$
g'(x)			
g(x)	$-\infty$	0	$+\infty$

3- إشارة g(x)

$g(x)\geq 0$ على $[1;+\infty[$ و $g(x)\leq 0$ على $]0;1]$

الجزء الثاني

1- $\forall x\succ 0: f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$

2-

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$

3-أ- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(2-x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$ إذن المستقيم $(\Delta_1): y=2-x$ مقارب ل (C_f) بجوار $+\infty$

ب-على المجال $]0;1]$ لدينا $\begin{cases}\ln x\prec 0\\ x\succ 0\end{cases}$ إذن $f(x)-(2-x)\prec 0$ ومنه

(C_f) تحت (Δ)

ت-على المجال $[1;+\infty[$ لدينا $\begin{cases}\ln x\succ 0\\ x\succ 0\end{cases}$ ذن $f(x)-(2-x)\succ 0$ ومنه

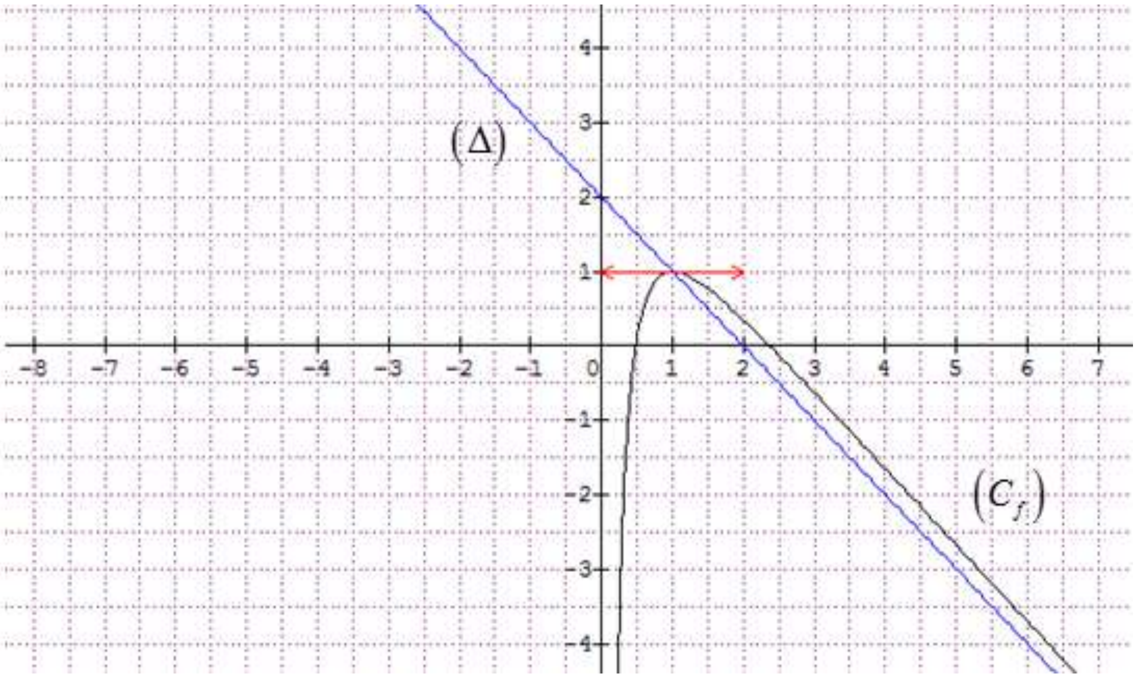
(C_f) فوق (Δ)

4- لتكن $A(a;f(a))$ النقطة التي يكون فيها المماس مواز ل (Δ) إذن

$$f'(a)=-1\Leftrightarrow\frac{-g(a)}{a^2}=-1\Leftrightarrow g(a)=-a^2\Leftrightarrow-(\ln a+a^2-1)=-a^2\Leftrightarrow\ln a=1\Leftrightarrow a=e$$

إذن $A\left(e;2-e+\dfrac{1}{e}\right)$

5- أ



ب- مساحة الحيز المطلوب هي :

$$A=\int_{e}^{e^{2}}-f\left(x\right)dx.ua=\int_{e}^{e^{2}}\left(x-2-\frac{\ln x}{x}\right)dx.4cm^{2}=\left(2e^{4}-10e^{2}+8e+6\right)cm^{2}$$