

Correction de l'exercice 1 :

- 1) Soit  $a$  un entier et  $b$  un entier pair. Comme  $b$  est un nombre pair, Il existe un entier  $k'$  tel que :  $b = 2 \times k'$

Alors on a :

$$a \times b = a \times 2 \times k' = 2 \times a \times k' = 2 \times (a \times k') \quad \leftarrow \text{Pair}$$

Donc le produit d'un entier par un entier pair est un entier pair.

- 2) Soient  $c$  et  $d$  deux entiers impairs.

Il existe donc deux entiers  $k_1$  et  $k_2$  tels que :  $c = 2 \times k_1 + 1$

et  $d = 2 \times k_2 + 1$

Alors on a :

$$\begin{aligned} c \times d &= (2 \times k_1 + 1) \times (2 \times k_2 + 1) \\ &= 2 \times k_1 \times 2 \times k_2 + 2 \times k_1 \times 1 + 1 \times 2 \times k_2 + 1 \times 1 \\ &= 4 \times k_1 \times k_2 + 2 \times k_1 + 2 \times k_2 + 1 \end{aligned}$$

On veut obtenir la forme  $c \times d = 2 \times k + 1$ .

Pour cela, on va factoriser notre expression par 2. On obtient :

$$c \times d = 2 \times (2 \times k_1 \times k_2 + k_1 + k_2) + 1$$

$\leftarrow$  Impair

Donc le produit de deux entiers impairs est un entier impair.

- 3) Soit  $n$  un nombre entier.

Alors  $n$  et  $n + 1$  sont des entiers consécutifs.

$$n \times (n + 1) = n \times n + n \times 1 = n^2 + n$$

- Si  $n$  est pair alors on sait que  $n^2$  est pair (d'après le cours)  
Donc  $n^2 + n$  est la somme de deux nombres pairs.  
Or d'après le cours la somme de deux nombres pairs est paire.  
Donc  $n^2 + n$  est pair
- Si  $n$  est impair alors on sait que  $n^2$  est impair (d'après le cours)  
Donc  $n^2 + n$  est la somme de deux nombres impairs.  
Or d'après le cours la somme de deux nombres impairs est paire.  
Donc  $n^2 + n$  est pair.

Ainsi quelle que soit la parité du nombre  $n$  le résultat est pair

- 4) Soit  $n$  un nombre entier.

Alors  $n$  et  $n + 1$  sont des entiers consécutifs.

$$n + (n + 1) = n + n + 1 = 2n + 1 \quad \leftarrow \text{Impair}$$

Donc la somme de deux entiers consécutifs est impaire.

- 5) a)  $22 \times 13$  est pair car c'est le produit d'un entier pair et d'un autre entier.  
b)  $57 \times 23$  est impair car c'est le produit de deux entiers impairs.  
c)  $81 \times 54$  est pair car c'est le produit d'un entier pair et d'un autre entier.  
d)  $61 \times 62$  est pair car c'est le produit de deux entiers consécutifs.  
e)  $436 + 437$  est impair car c'est la somme de deux entiers consécutifs.