

Corrections des exercices :

Exercice 1 :

Nombre de buts marqués	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de matchs	7	17	28	31	20	12	6	3
Effectifs cumulés	7	24	52	83	103	115	121	124

1. Compléter la dernière ligne du tableau.
2. Quel est le nombre moyen et le nombre médian de buts marqués durant la phase finale de la ligue des Champions (avant la finale) ? Interpréter ces résultats à l'aide de phrases.
Le nombre moyen de buts marqués par match est 2,93. Le nombre médian de buts est 3. Cela signifie que l'on peut espérer voir en moyenne 2,93 buts marqués sur un match lors de cette compétition. De plus, il y a au moins 50% des matchs dans lesquels il y a eu 3 buts ou moins de marqués et au moins 50% des matchs dans lesquels il y a eu 3 buts ou plus de marqués.
3. Calculer sur cette série de valeurs : l'étendue, le 1^{er} quartile, le 3^{ème} quartile et l'écart interquartile.
Etendue : 7 1^{er} quartile : 2 3^{ème} quartile : 4 Ecart interquartile : 2
4. Utiliser le mode statistique de votre calculatrice pour vérifier vos résultats (voir les premières pages du manuel pour faire les manipulations correspondant à votre modèle de calculatrice).
5. Expliquez pourquoi, quel que soit le nombre de buts qui aurait été marqué lors de la finale, donc lors d'un 125^{ème} match, le nombre médian de buts n'aurait pas été modifié.
Pour calculer la médiane avec 124 valeurs, on fait la moyenne de la 62^e et de la 63^e valeur c'est-à-dire la moyenne de 3 et 3. On obtient donc une médiane de 3. Si on avait 125 valeurs, la médiane serait la valeur de la 63^e valeur. Cette valeur sera égale à 3 quelle que soit le nombre de buts du 125^e match.
6. Combien aurait-il fallu de buts lors de la finale pour que le nombre de buts moyen, sur la totalité des 125 matchs de la phase finale, soit égal à 3 ?

Ici deux méthodes pour trouver le résultat. La première méthode consiste à tester des valeurs sur le mode stats de la calculatrice jusqu'à arriver à une moyenne égale à 3. On trouve la valeur 12. La deuxième consiste à résoudre l'équation :

$$\frac{124 \times m + x}{125} = 3$$

Où m est la valeur de la moyenne sur les 124 premiers matchs et x le nombre de buts marqués dans le dernier match. Ainsi, il faut résoudre :

$$x = 3 \times 125 - 124 \times m$$

Néanmoins, il faut faire attention à prendre la valeur exacte de m (il ne faut pas faire d'arrondi) sinon vous ne parviendrez pas à trouver le résultat exact. On trouvera également 12.

Exercice 2 :

Vous êtes un jeune ouvrier et vous cherchez un emploi. Vous hésitez entre les deux offres suivantes :

Petite annonce 1 :
Entreprise cherche un ouvrier pour un travail de 35h semaine.
<i>Le salaire moyen de l'entreprise : 2610 euros brut par mois.</i>

Petite annonce 2 :
Poste d'ouvrier à 35h semaine. Salaires bruts du personnel de l'entreprise par mois :
2400 1800 2000 2200 1600 1900
2300 5000 1600 1900 1950 1900

- 1) Comparer les salaires moyens bruts de ces deux entreprises.

Le salaire moyen brut de la première entreprise est donné par l'énoncé : 2610 euros

Pour la deuxième entreprise, il faut calculer le salaire moyen : 2212,5 euros

- 2) A quelle entreprise allez-vous déposer une candidature ? Pourquoi ?

Le salaire moyen brut de la première entreprise étant plus élevé, on a naturellement envie de postuler à la première annonce.

- 3) En prenant contact avec un ami qui travaille dans la première entreprise vous récupérez les informations suivantes :

Poste	Commercial	Ouvrier	Ingénieur	PDG
Effectif	10	23	5	1
Salaire brut	1500	1600	2000	40000

Calculer les salaires médians pour chacune des deux entreprises. Qu'en pensez-vous ?

Le salaire médian de la première entreprise est 1600 euros alors que celui de la deuxième entreprise est 1925 euros. Cela signifie qu'il y a au moins 50% des employés qui ont un salaire inférieur ou égal à 1600 euros dans la première entreprise (et notamment les ouvriers qui est le poste qui nous correspond). Inversement, il y a au moins 50% des employés qui ont un salaire inférieur ou égal à 1925 euros. Il est donc finalement plus intéressant financièrement de postuler dans la deuxième entreprise.

Cet exemple montre notamment que la moyenne est très sensible aux valeurs extrêmes et notamment aux 40000 euros du salaire du PDG. Ainsi, si on se base uniquement sur la lecture de la moyenne, la représentativité des données réelles de l'énoncé est un peu biaisée. Dans cette situation, la médiane qui quant à elle ne prend que très peu en compte les valeurs extrêmes est plus représentative.

Exercice 3 :

Augmentation de salaire

A. Une entreprise, où le salaire mensuel moyen est de 2 339,50 €, propose une augmentation généralisée du salaire de ses employés, selon deux modalités possibles :

- modalité 1 : tous les salaires augmentent de 10 % ;
- modalité 2 : tous les salaires augmentent de 200 €.

1. Déterminer quel serait le nouveau salaire mensuel moyen si la modalité 1 est choisie.

2. Même question avec la modalité 2.

3. L'entreprise réalise un vote auprès de ses employés pour savoir quelle modalité choisir. À votre avis, quelle modalité va être choisie par les employés ?

B. La répartition des salaires dans l'entreprise est la suivante.

Salaire	1 450	1 510	1 925	5 125
Nombre d'employés	15	10	15	10

1. Justifier que le salaire mensuel moyen est bien de 2 339,50 € puis calculer l'écart-type associé.

2. Calculer la médiane, les quartiles Q_1 et Q_3 et l'écart interquartile de cette série des salaires dans l'entreprise.

3. De manière « très surprenante », le résultat du vote montre que les employés préfèrent la modalité 2. Expliquer pourquoi.

Correction :

A) 1) Le nouveau salaire mensuel avec la modalité 1 serait de 2573,45 euros

2) Le nouveau salaire moyen avec la deuxième modalité serait de 2539,45 euros

3) Suite au calcul des deux nouveaux salaires moyens, on peut estimer que la première modalité sera la plus largement choisie car c'est celle dans laquelle le salaire moyen sera le plus élevé.

B) 1) On calcule le salaire moyen :
$$\frac{1450 \times 15 + 1510 \times 10 + 1925 \times 15 + 5125 \times 10}{50} = 2339,5$$

On calcule l'écart type :

$$\sigma = \sqrt{\frac{(1450 - 2339,5)^2 + (1510 - 2339,5)^2 + (1925 - 2339,5)^2 + (5125 - 2339,5)^2}{50}} \\ = 1406,528$$

2) La médiane est 1717,5 euros. Le premier quartile est 1450 euros. Le troisième quartile est 1925 euros. L'écart interquartile est 1925-1450=475 euros.

3) D'après la valeur de la médiane, il y a plus de 50% des employés qui ont un salaire inférieur ou égal à 1717,5 euros dans l'entreprise. Si on affecte les deux modalités à cette valeur, on trouve :

Avec la première modalité : 1889,25 euros

Avec la deuxième modalité : 1917,50 euros

Il est donc normal qu'il y ait la majeure partie des votes qui soient pour la deuxième modalité car elle privilégie le plus grand nombre.

Exercice 4 :

Siraba joue au handball. Son nombre de buts marqués par match lors de la saison 2017-2018 est donné ci-dessous.

Nombre de buts	2	3	4	5	6	9
Nombre de matchs	4	6	6	7	6	1

1. Calculer le nombre de buts moyen par match et l'écart-type sur cette saison.
2. Pendant l'été 2018, elle a fait un stage afin d'améliorer ses performances. Lors de la saison 2018-2019, elle a marqué en moyenne 5,1 buts par match, avec un écart-type de 2,5. Est-elle devenue plus régulière grâce à ce stage ?

- 1) Le nombre de buts moyen par match est 4,33. L'écart-type est 1,578.
- 2) Sa moyenne de buts par match a augmenté, elle est donc globalement plus adroite au tir. Néanmoins, on s'aperçoit que l'écart-type a lui aussi augmenté, ce qui signifie qu'elle est moins régulière dans son efficacité au tir que l'année précédente.

Exercice 5 :

Deux nouvelles applications pour smartphone semblent proposer les mêmes services. Avant d'installer l'une des deux applications, Nirina regarde les votes des utilisateurs (5 étant la meilleure note).

Vote application 1	0	1	2	3	4	5
Effectifs	0	3	7	109	428	419

Vote application 2	0	1	2	3	4	5
Effectifs	58	53	0	44	399	474

- 1) Déterminer l'effectif total, la moyenne et l'écart-type pour chacune des applications.

Pour l'application 1 : Effectif : 966 Moyenne : 4,29 Ecart-type : 0,72

Pour l'application 2 : Effectif : 1028 Moyenne : 4,04 Ecart-type : 1,37

- 2) Quelle application Nirina doit-elle télécharger ?

Nirina doit télécharger la première application car c'est celle qui a la moyenne la plus élevée mais également celle pour laquelle les votes sont les plus unanimes (car l'écart-type est plus faible).