Vecteurs et coordonnées

Bases normées, orthogonales et orthonormées

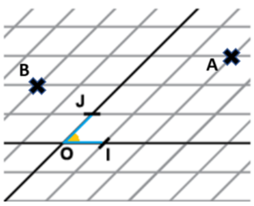
Définition 0.1 On dit que deux vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ forment une base (= un repère) s'ils ne sont pas colinéaires. On note cette base $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Des bases particulières

Base normée Les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont de même norme	Base orthogonale Les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont "perpendiculaires"	Base orthonormée Les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont de même norme et "perpendiculaires"

R Vous verrez en première que l'on n'utilise pas le terme "perpendiculaires" pour des vecteurs mais que l'on parle de vecteurs orthogonaux.

■ **Exemple 0.2**



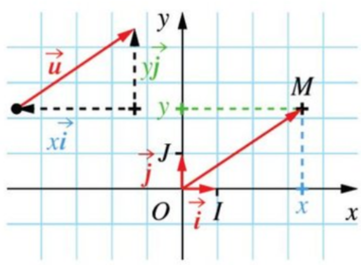
Déterminer les coordonnées des points A et B dans la base $(O;\vec{OI};\vec{OJ})$.

■

Coordonnées d'un vecteur

Propriété 0.3 Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan. On note M le point de coordonnées $(x;y)$ dans une base $(0;\vec{i};\vec{j})$ tel que $\vec{u}=\vec{OM}$. Dans ce cas, les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont celles du point M ; on note alors $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$.

$\vec{u}=\vec{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$



Propriété 0.4 Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes coordonnées.

Propriété 0.5 Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ deux points dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$. Le vecteur $\vec{AB}$ a pour coordonnées $\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

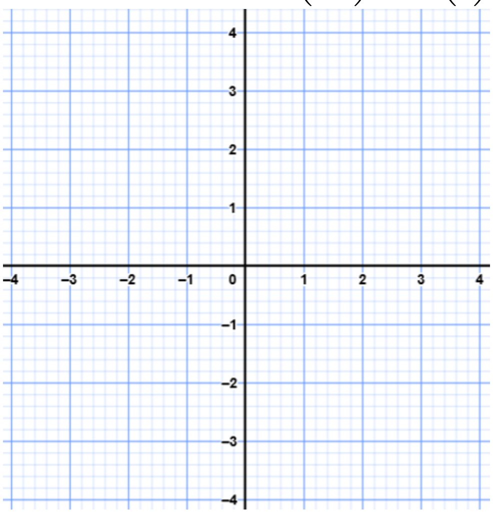
■ **Exemple 0.6** Soient $A(2;-6)$ et $B(-4;5)$ dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$. Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$? ■

Somme de vecteurs

Propriété 0.7 Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ et k un réel.

- le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$
- le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} k\times x \\ k\times y \end{pmatrix}$

■ **Exemple 0.8** Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan.



1) Dessiner un représentant de chaque vecteur dans le repère puis un représentant du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$.
2) Calculer avec la formule du cours les coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$. ■
3) Calculer grâce au graphique les coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$ et comparer le résultat avec la question précédente.
4) Calculer les coordonnées de $1,5\vec{u}$.

Colinéarité de vecteurs

Propriété 0.9 Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si leur coordonnées sont proportionnelles, c'est-à-dire s'il existe un réel k tel que $x' = kx$ et $y' = ky$.

■ **Exemple 0.10** Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

Qu'en est-il des vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 10 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -5 \\ 20 \end{pmatrix}$? ■

Norme d'un vecteur

Propriété 0.11 La norme d'un vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, notée $||\,\vec{u}\,||$, est donnée par la formule : $\sqrt{x^2+y^2}$

■ **Exemple 0.12** Quelle est la norme du vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$? ■